

UNIVERSITAS RIAU

# RANGKAIAN LISTRIK II (Untuk Diploma III)

Oleh

**Iswadi HR,ST.MT**

2008

KAMPUS BINAWIDYA PANAM, PEKANBARU 28293

## **PERSEMBAHAN**

## **KATA PENGANTAR**

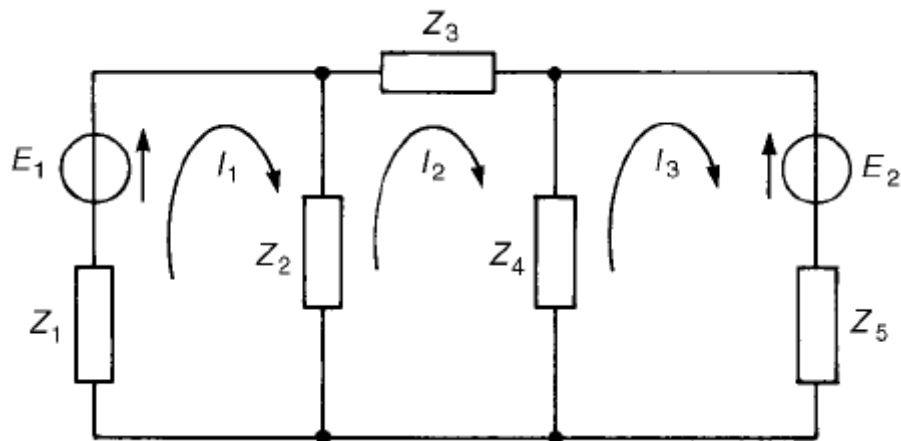
## DAFTAR ISI

PERSEMBAHAN .....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI .....	iv
ANALISA ARUS MESH.....	1
Tujuan Perkuliahan.....	1
Latihan Soal Analisis Arus Mesh .....	7
ANALISIS SIMPUL .....	10
Tujuan Perkuliahan.....	10
Tegangan simpul .....	10
Latihan Soal Analisa Tegangan Simpul .....	22
TEOREMA SUPERPOSISI .....	24
Tujuan Perkuliahan.....	24
Pendahuluan .....	24
Penggunaan Teorema Superposisi.....	24
Latihan Soal Teorema Superposisi .....	41
TEOREMA THEVENIN.....	43
Tujuan Perkuliahan.....	43

## ANALISA ARUS MESH

**Tujuan Perkuliahan** Dapat menyelesaikan rangkaian dc dan rangkaian ac menggunakan analisa arus mesh.

Analisa arus mesh pada dasarnya adalah pengembangan dari aplikasi hukum Kirchoff. Gambar 31.1 menunjukkan sebuah rangkaian dengan sirkulasi arus  $I_1$   $I_2$  dan  $I_3$  merupakan arus loop tertutup. Arus  $I_1$   $I_2$  dan  $I_3$  disebut arus mesh atau arus loop.



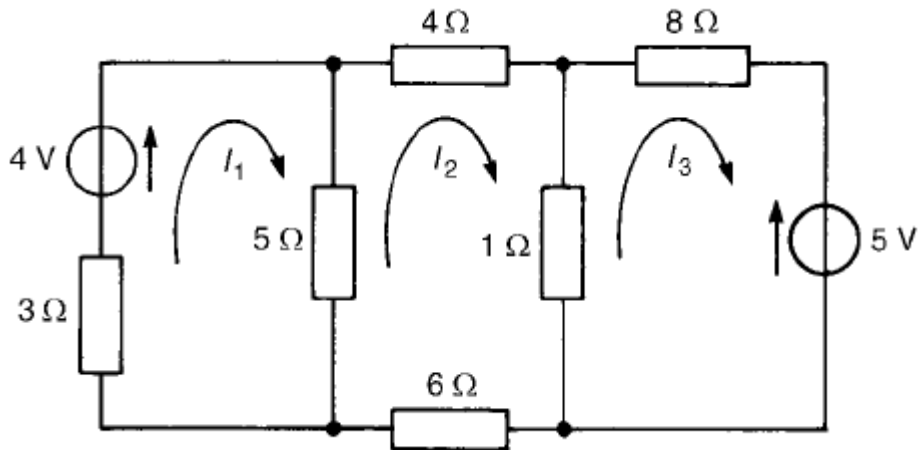
Gambar 31.1

Pada analisis arus mesh, semua arus loop disusun sedemikian sehingga bersirkulasi pada arah yang sama. Hukum kirchoff ke-2 diterapkan pada tiap-tiap loop, dimana pada rangkaian 31.1 menghasilkan 3 persamaan dengan 3 variabel yang akan diselesaikan untuk mendapatkan  $I_1$   $I_2$  dan  $I_3$ . ke-3 persamaan yang dihasilkan dari gambar 31.1 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 I_1(Z_1 + Z_2) - I_2Z_2 &= E_1 \\
 I_2(Z_2 + Z_3 + Z_4) - I_1Z_2 - I_3Z_4 &= 0 \\
 I_3(Z_4 + Z_5) - I_2Z_4 &= -E_2
 \end{aligned}$$

Arus cabang didapatkan dengan menjumlahkan fasor arus mesh pada cabang. Sebagai contoh, arus yang mengalir pada impedansi  $Z_2$  pada gambar 31.1 adalah  $(I_1 - I_2)$ . Metode analisis arus mesh, disebut terorema Maxwell.

**Contoh 1** Gunakan analisis arus mesh untuk menentukan arus yang mengalir pada (a) resistansi  $5 \Omega$ , dan (b) resistansi  $1 \Omega$  pada rangkaian dc pada gambar 31.2 di bawah ini.



Gambar 31.2

Arus mesh  $I_1$ ,  $I_2$  dan  $I_3$  yang ditunjukkan pada gambar 31.2 menggunakan hukum tegangan Kirchoff:

$$\text{Loop 1} \quad (3 + 5)I_1 - 5I_2 = 4 \quad (1)$$

$$\text{Loop 2} \quad (4 + 1 + 6 + 5)I_2 - (5)I_1 - (1)I_3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Loop 3} \quad (1 + 8)I_3 - (1)I_2 = -5 \quad (3)$$

Maka

$$8I_1 - 5I_2 - 4 = 0 \quad (1')$$

$$-5I_1 + 16I_2 - I_3 = 0 \quad (2')$$

$$-I_2 + 9I_3 + 5 = 0 \quad (3')$$

Dengan menggunakan determinan:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{-5 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 16 & -1 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}} &= \frac{-I_2}{8 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{I_3}{-4 \begin{vmatrix} -5 & 16 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 16 \end{vmatrix}} \\ &= \frac{-1}{8 \begin{vmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 9 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{-5(-5) - 4(143)} &= \frac{I_2}{8(-5) - 4(-45)} = \frac{I_3}{-4(5) + 5(103)} \\ &= \frac{-1}{8(143) + 5(-45)} \end{aligned}$$

$$\frac{I_1}{-547} = \frac{-I_2}{140} = \frac{I_3}{495} = \frac{-1}{919}$$

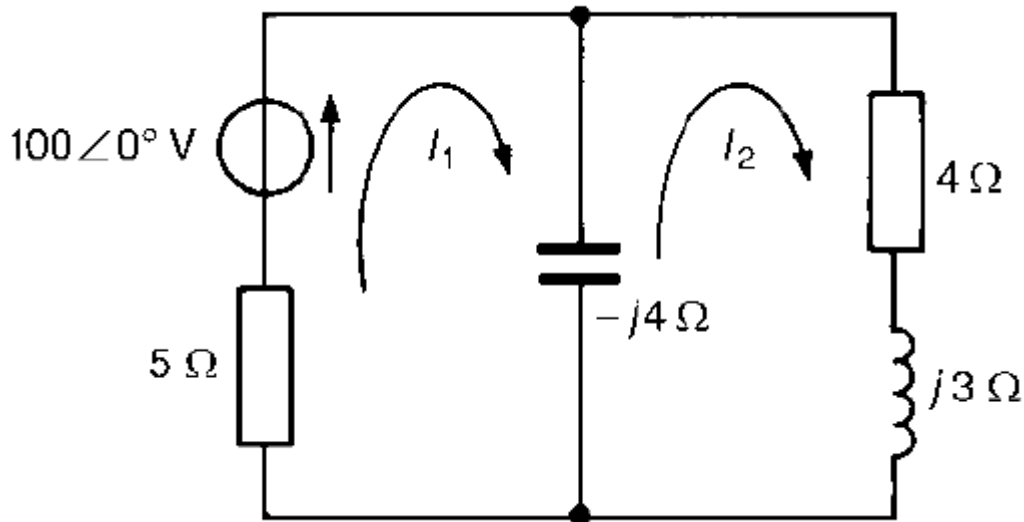
Didapat:

$$I_1 = \frac{547}{919} = 0,595 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{140}{919} = 0,152 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{-495}{919} = -0,539 \text{ A}$$

$$\text{Arus pada resistansi 5 ohm} = I_1 - I_2 = 0,595 - 0,152 = 0,44 \text{ A}$$

$$\text{Arus pada resistansi 1 ohm} = I_2 - I_3 = 0,152 - (-0,539) = 0,69 \text{ A}$$

**Contoh 2** Pada rangkaian ac yang ditunjukkan pada gambar 31.3 tentukan dengan menggunakan analisis arus mesh, (a) arus mesh  $I_1$  dan  $I_2$  (b) arus yang mengalir pada kapasitor, dan (c) daya aktif yang dikirim oleh sumber tegangan  $100 \angle 0^\circ$  Volt.



Gambar 31.3

$$(a) \quad \text{Untuk loop 1} \quad (5 - j4)I_1 - (-j4)I_2 = 100 \angle 0^\circ \quad (1)$$

$$\text{Untuk loop 2} \quad (4 + j3 - j4)I_2 - (-j4)I_1 = 0 \quad (2)$$

Sederhanakan (1) dan (2), didapatkan:

$$(5 - j4)I_1 + j4I_2 - 100 = 0 \quad (1')$$

$$j4I_1 + (4 - j)I_2 + 0 = 0 \quad (2')$$

Kemudian dengan menggunakan determinan:

$$\frac{I_1}{\begin{vmatrix} j4 & -100 \\ (4-j) & 0 \end{vmatrix}} = \frac{-I_2}{\begin{vmatrix} (5-j4) & -100 \\ j4 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} (5-j4) & j4 \\ j4 & (4-j) \end{vmatrix}}$$

$$\frac{I_1}{(400 - j100)} = \frac{-I_2}{j400} = \frac{1}{(32 - j21)}$$

Maka:

$$I_1 = \frac{(400 - j100)}{(32 - j21)} = \frac{412,31 \angle -14,04^\circ}{38,28 \angle -33,27^\circ}$$

$$= 10,77 \angle 19,23^\circ = 10,8 \angle 19,2^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{400 \angle -90^\circ}{38,28 \angle -33,27^\circ} = 10,45 \angle -56,73^\circ = 10,5 \angle -56,7^\circ \text{ A}$$

(b) Arus yang mengalir pada kapasitor

$$I_C = I_1 - I_2 = 10,77 \angle 19,23^\circ - 10,45 \angle -56,73^\circ$$

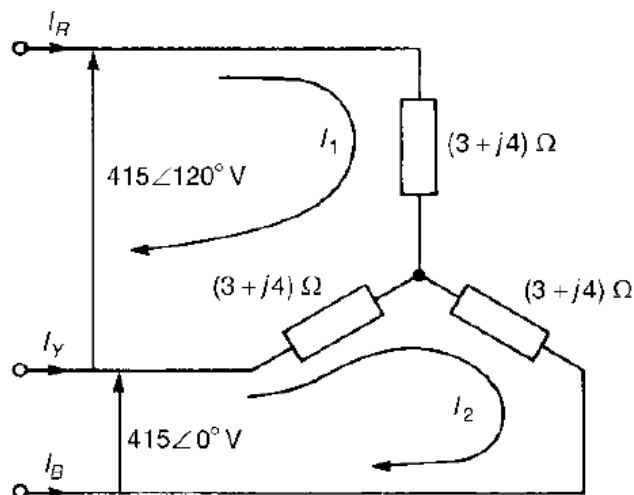
$$= 4,44 + j12,28 = 13,1 \angle 70,12^\circ \text{ A}$$

(c) Daya sumber

$$P = VI_1 \cos \phi = (100)(10,77) \cos(19,23)$$

$$= 1016,9 = 1020 \text{ W}$$

**Contoh 3** Sebuah beban 3 fasa setimbang terhubung bintang ditunjukkan pada gambar 31.4. Tentukan nilai arus saluran  $I_R$ ,  $I_Y$  dan  $I_B$  menggunakan analisa arus mesh.



Gambar 31.4

Dua buah arus mesh  $I_1$  dan  $I_2$  dipilih seperti ditunjukkan pada gambar 31.4

$$\begin{aligned} \text{Loop 1} \quad I_1(3 + j4) + I_1(3 + j4) - I_2(3 + j4) &= 415 \angle 120^\circ \\ (6 + j8)I_1 - (3 + j4)I_2 - 415 \angle 120^\circ &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Loop 1} \quad I_2(3 + j4) - I_1(3 + j4) + I_2(3 + j4) &= 415 \angle 0^\circ \\ -(3 + j4)I_1 + (6 + j8)I_2 - 415 \angle 0^\circ &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Selesaikan persamaan (1) dan (2) menggunakan determinan:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{\begin{vmatrix} -(3 + j4) & -415 \angle 120^\circ \\ (6 + j8) & -415 \angle 0^\circ \end{vmatrix}} &= \frac{-I_2}{\begin{vmatrix} (6 + j8) & -415 \angle 120^\circ \\ -(3 + j4) & -415 \angle 0^\circ \end{vmatrix}} \\ &= \frac{1}{\begin{vmatrix} (6 + j8) & -(3 + j4) \\ -(3 + j4) & (6 + j8) \end{vmatrix}} \\ \frac{I_1}{2075 \angle 53,13^\circ + 4150 \angle 173,13^\circ} &= \frac{-I_2}{-4150 \angle 53,13^\circ - 2075 \angle 173,13^\circ} \\ &= \frac{1}{100 \angle 106,26^\circ - 25 \angle 106,26^\circ} \\ \frac{I_1}{3594 \angle 143,13^\circ} &= \frac{I_2}{3594 \angle 83,13^\circ} = \frac{1}{75 \angle 106,26^\circ} \end{aligned}$$

Sehingga

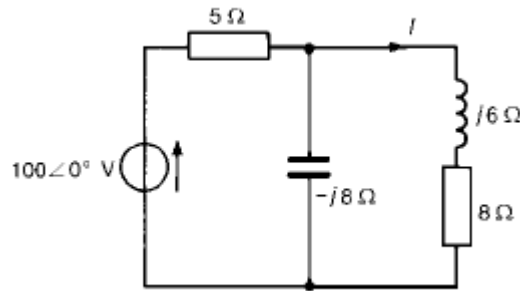
$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{3594 \angle 143,13^\circ}{75 \angle 106,26^\circ} = 47,9 \angle 36,87^\circ \text{ A} \\ I_2 &= \frac{3594 \angle 83,13^\circ}{75 \angle 106,26^\circ} = 47,9 \angle -23,13^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Arus masing-masing saluran

$$\begin{aligned} I_R &= I_1 = 47,9 \angle 36,87^\circ \text{ A} \\ I_B &= I_2 = 47,9 \angle -23,13^\circ \text{ A} \\ I_Y &= I_2 - I_1 = 47,9 \angle -23,13^\circ - 47,9 \angle 36,87^\circ \\ &= 47,9 \angle -83,13^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

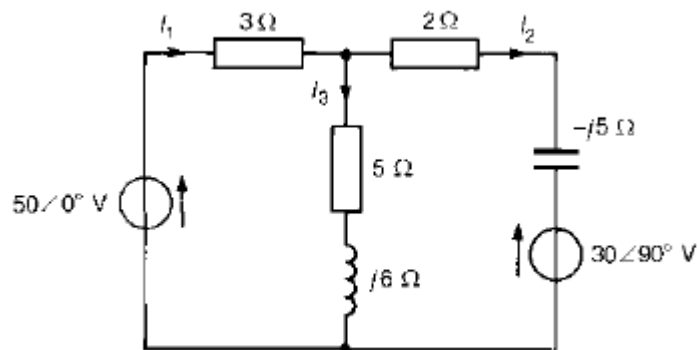
**Latihan Soal Analisis Arus Mesh**

1. Untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.14, gunakan analisa arus mesh untuk menentukan nilai arus  $I$  dan daya aktif keluaran dari tegangan sumber. [Jawaban:  $6,96 \angle -49,94^\circ \text{ A}$  ;  $644 \text{ W}$  ]



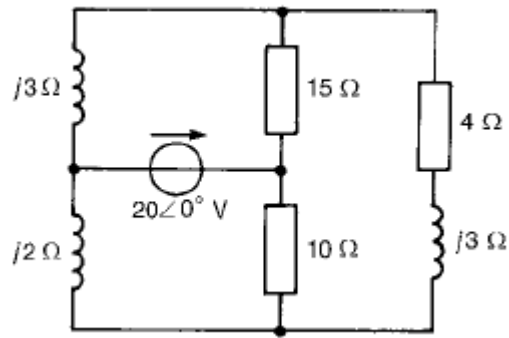
Gambar 3.14

2. Gunakan analisa arus mesh untuk menentukan arus  $I_1$ ,  $I_2$  dan  $I_3$  untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.15. [Jawaban:  $I_1 = 8,73 \angle -1,37^\circ \text{ A}$ ;  $I_2 = 7,02 \angle 17,25^\circ \text{ A}$ ;  $I_3 = 3,05 \angle -48,67^\circ \text{ A}$ ]



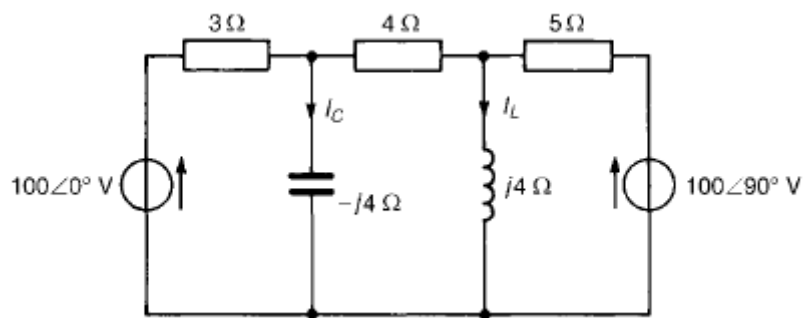
Gambar 3.15

3. Untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 3.16, tentukan arus yang mengalir pada impedansi  $(4+j3) \Omega$ . [Jawaban: ???].



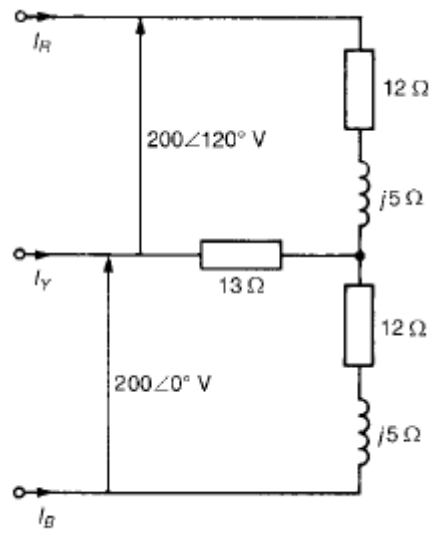
Gambar 3.16

4. Untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.17, gunakan analisa arus mesh untuk menentukan (a) arus pada kapasitor  $I_C$  (b) arus pada induktor  $I_L$  (c) beda potensial pada tahanan  $4 \Omega$ , dan (d) daya aktif total rangkaian. [Jawaban: (a) 14,5 A (b) 11,5 A (c) 71,8 V (d) 2499 W ].



Gambar 3.17

5. Tentukan nilai arus  $I_R$ ,  $I_Y$  dan  $I_B$  pada rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.18 dengan menggunakan analisa arus mesh. [Jawaban:  $I_R = 7,84 \angle 71,19^\circ$  A;  $I_Y = 9,04 \angle -37,50^\circ$  A;  $I_B = 9,89 \angle -168,81^\circ$  A].

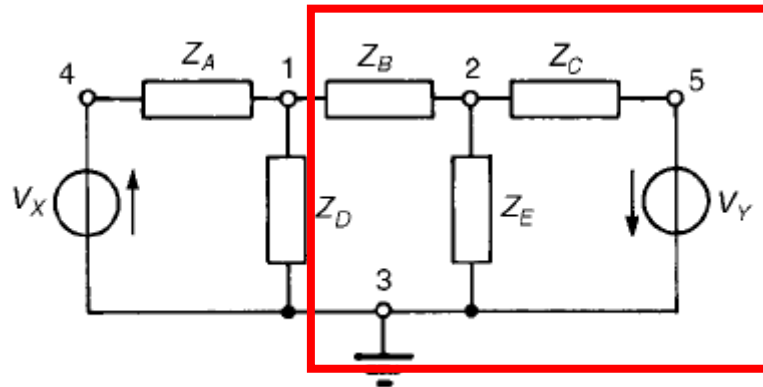


Gambar 3.18

## ANALISIS SIMPUL

**Tujuan Perkuliahan** Dapat menyelesaikan rangkaian dc dan rangkaian ac menggunakan analisa simpul.

**Sebuah simpul** dari rangkaian didefenisikan sebagai sebuah titik dimana dua atau lebih cabang bergabung. Jika tiga atau lebih cabang bergabung pada sebuah simpul, maka simpul tersebut disebut simpul prinsip atau jungsi. Pada gambar 31.5, titik 1, 2, 3, 4 dan 5 disebut simpul, dan titik 1, 2 dan 3 disebut simpul prinsip.



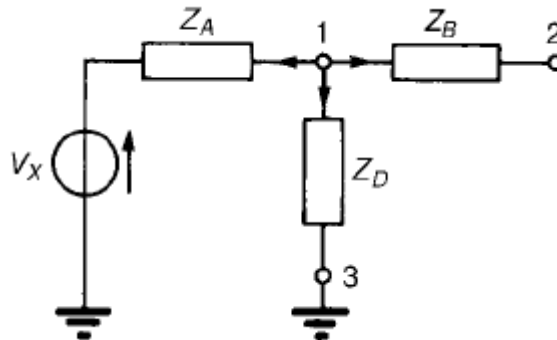
Gambar 31.5

**Tegangan simpul** merupakan tegangan simpul terhadap simpul lain (simpul referensi). Jika pada gambar 31.5, simpul 3 dipilih sebagai simpul referensi sehingga  $V_{13}$  diasumsikan tegangan simpul 1 terhadap simpul 3. Sama halnya,  $V_{23}$  diasumsikan sebagai tegangan pada simpul 2 terhadap simpul 3, dan seterusnya. Namun, dikarenakan tegangan simpul merupakan sebuah tegangan terhadap simpul referensi, maka notasi  $V_1$  untuk  $V_{13}$  dan  $V_2$  untuk  $V_{23}$  selalu digunakan dalam berbagai contoh.

**Tujuan** dari analisis simpul adalah untuk menentukan nilai tegangan pada semua simpul prinsip terhadap simpul referensi (contoh: menentukan tegangan  $V_1$  dan  $V_2$  pada gambar 31.5). Jika tegangan tersebut didapatkan, maka arus yang mengalir pada tiap cabang dapat ditentukan.

Hukum arus Kirchoff diterapkan pada simpul 1 dan 2 secara bergiralan pada gambar 31.5 dan dua persamaan dengan dua variabel  $V_1$  dan  $V_2$  didapatkan yang secara simultan dapat diselesaikan menggunakan determinan.

Cabang yang terhubung pada simpul 1 ditunjukkan secara terpisah pada gambar 3.16.



Gambar 3.16

Asumsikan bahwa semua arus cabang meninggalkan simpul seperti yang ditunjukkan. Karena jumlah arus pada percabangan adalah nol, maka

$$\frac{V_1 - V_x}{Z_A} + \frac{V_1}{Z_D} + \frac{V_1 - V_2}{Z_B} = 0 \quad (1)$$

Dengan cara yang sama, untuk simpul 2, asumsikan semua arus meninggalkan titik seperti ditunjukkan pada gambar 31.7,

$$\frac{V_2 - V_1}{Z_B} + \frac{V_2}{Z_E} + \frac{V_2 + V_Y}{Z_C} = 0 \quad (2)$$

Jika ditulis ulang persamaan (1) dan (2) didapatkan:

$$\left( \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_D} \right) V_1 - \left( \frac{1}{Z_B} \right) V_2 - \left( \frac{1}{Z_A} \right) V_x = 0 \quad (3)$$

$$-\left( \frac{1}{Z_B} \right) V_1 + \left( \frac{1}{Z_B + Z_C + Z_E} \right) V_2 + \left( \frac{1}{Z_C} \right) V_Y = 0 \quad (4)$$

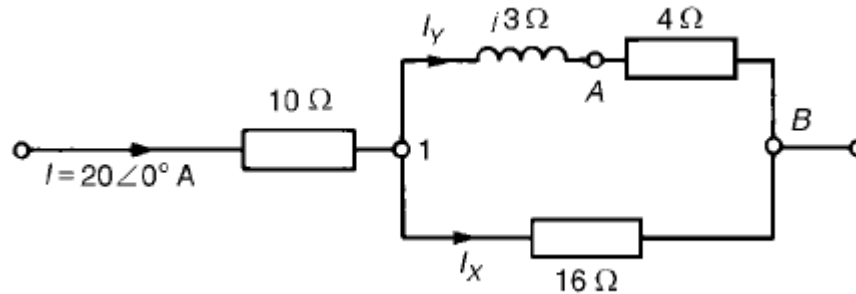
Persamaan (3) dan (4) dapat ditulis dalam admitansi (dimana  $Y=1/Z$ ):

$$(Y_A + Y_B + Y_{CA})V_1 - Y_B V_2 - Y_A V_x = 0 \quad (5)$$

$$-Y_B V_1 + (Y_B + Y_C + Y_E)V_2 + Y_C V_x = 0 \quad (6)$$

Persamaan (5) dan (6) dapat diselesaikan dengan menggunakan determinan.

**Contoh 4** Untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.8, tentukan tegangan  $V_{AB}$ , dengan menggunakan analisa simpul.



Gambar 3.18

Gambar 31.8 mempunyai 2 simpul prinsip (pada 1 dan B) dan dengan demikian hanya diperlukan 1 persamaan simpul. B digunakan sebagai simpul referensi dan persamaan pada simpul 1 diperoleh sebagai berikut. Terapkan hukum arus kirchoff pada simpul 1:

$$I_x + I_y = I$$

i.e., 
$$\frac{V_1}{V_6} + \frac{V_1}{(4 + j3)} = 20\angle 0$$

thus 
$$v_1 \left( \frac{1}{V_6} + \frac{1}{4 + j3} \right) = 20$$

$$v_1 \left( 0.0625 + \frac{4 - j3}{4^2 + 3^2} \right) = 20$$

$$v_1 (0.0625 + 0.16 - j0.12) = 20$$

$$v_1 (0.2225 - j0.12) = 20$$

Dengan demikian

$$v_1 = \frac{20}{(0.2225 - j0.12)} = \frac{20}{0.2528\angle -28.34^\circ}$$

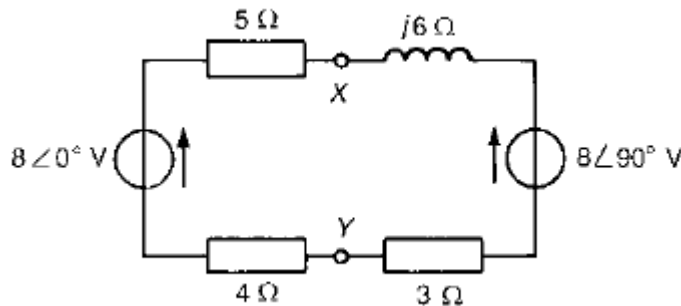
$$v_1 = 79.1\angle 28.34^\circ \text{ v}$$

Arus yang melalui cabang  $(4 + j3)\Omega$ ,  $I_y = V_1 / (4 + j3)$ .

Dengan demikian jatuh tegangan antara titik A dan titik B, pada tahanan  $4 \Omega$ , diperoleh:

$$V_{AB} = (I_y)(4) = \frac{V_1(4)}{(4 + j3)} = \frac{79.1\angle 28.34^\circ}{5\angle 36.87^\circ}(4) = 63.3\angle -8.53^\circ \text{ V}$$

**Contoh 5** Tentukan nilai tegangan  $V_{XY}$  yang ditunjukkan pada rangkaian gambar 31.9,



Gambar 31.9

Rangkaian tidak memiliki simpul prinsip. Namun, jika titik Y dipilih sebagai simpul referensi maka sebuah persamaan dapat ditulis untuk simpul X dengan mengasumsikan arus meninggalkan titik X untuk kedua cabang.

$$\text{Maka} \quad \frac{V_X - 8\angle 90^\circ}{(5 + 4)} + \frac{V_X - 8\angle 90^\circ}{(3 + j6)} = 0$$

$$\text{Dimana} \quad V_X \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{3 + j6} \right) = \frac{8}{9} + \frac{j8}{3 + j6}$$

$$V_X \left( \frac{1}{9} + \frac{3 - j6}{3 + 6^2} \right) = \frac{8}{9} + \frac{j8(3 - j6)}{3^2 + 6^2}$$

$$V_X (0.1778 - j0.1333) = 0.8889 + \frac{48 + j24}{45}$$

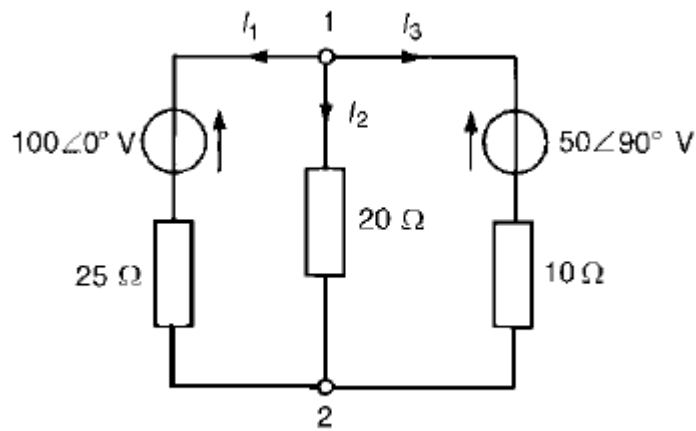
$$V_X (0.2222 \angle -36.86^\circ) = 1.9556 + j0.5333$$

$$= 2.027 \angle 15.25^\circ$$

Karena titik Y adalah simpul referensi,

$$\text{Tegangan} \quad V_X = V_{XY} = \frac{2.027 \angle 15.25^\circ}{0.2222 \angle -36.86^\circ} = 9.12 \angle 52.11^\circ \text{ V}$$

**Contoh 6** gunakan analisis simpul untuk menentukan arus yang mengalir pada tiap cabang untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.10.



Gambar 31.10

Hanya ada dua simpul prinsip pada gambar 31.10 sehingga hanya 1 persamaan simpul yang diperlukan. Simpul 2 sebagai simpul referensi.

Persamaan pada simpul 1  $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$$\frac{V_1 - 100\angle 0^\circ}{25} + \frac{V_1}{20} + \frac{V_1 - 50\angle 90^\circ}{10} = 0$$

$$\left(\frac{1}{25} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}\right)V_1 - \frac{100\angle 90^\circ}{25} - \frac{50\angle 90^\circ}{10} = 0$$

$$0.19V_1 = 4 + j5$$

Sehingga tegangan pada simpul 1,  $V_1 = \frac{4 + j5}{0.19} = 33.70\angle 51.34^\circ V$

Atau  $(21.05 + j26.32)V$

Dengan demikian arus pada tahanan  $25 \Omega$ ,

$$I_1 = \frac{V_1 - 100\angle 0^\circ}{25} = \frac{21.05 + j26.32 - 100}{25}$$

$$= \frac{-78.95 + j26.32}{25} \text{ flowing away from node 1}$$

$$= 3.33\angle 161.56^\circ A$$

(or  $3.33\angle (161.56^\circ - 180^\circ) A = 3.33\angle -18.44^\circ A$  flowing toward node 1)

Arus pada tahanan  $20 \Omega$ ,

$$I_2 = \frac{V_1}{20} = \frac{33.70 \angle 51.34^\circ}{20} = 1.69 \angle 51.34^\circ \text{ A mengalir dari simpul 1 ke simpul 2.}$$

Arus pada tahanan  $10 \Omega$

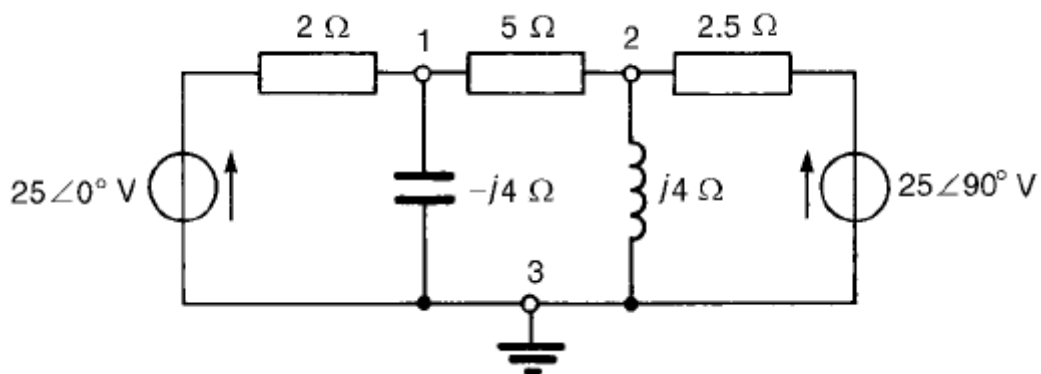
$$I_3 = \frac{V_1 - 50 \angle 90^\circ}{10} = \frac{21.05 + j26.32 - j50}{10} = \frac{21.05 - j23.68}{10}$$

$$= 3.17 \angle -48.36^\circ \text{ A away from node 1}$$

$$(\text{or } 3.17 \angle (-48.36^\circ - 180^\circ) = 3.17 \angle -228.36^\circ \text{ A} = 3.17 \angle 131.64^\circ \text{ A}$$

toward node 1)

**Contoh 7** Pada rangkaian 31.11 gunakan analisis simpul untuk menentukan (a) tegangan pada simpul 1 dan simpul 2 (b) arus pada induktansi  $j4 \Omega$  (c) arus pada tahanan  $5 \Omega$  dan (d) magnitud daya aktif terdissipasi pada tahanan  $2,5 \Omega$ .



Gambar 31.11

(a). Pada simpul 1,

$$\frac{V_1 25 \angle 0^\circ}{2} + \frac{V_1}{-j4} + \frac{V_1 - V_2}{5} = 0$$

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{-j4} + \frac{1}{5} \right) V_1 - \left( \frac{1}{5} \right) V_2 - \frac{25 \angle 0^\circ}{2} = 0$$

$$(0.7 + j0.25)V_1 - 0.2V_2 - 12.5 = 0 \quad (1)$$

Pada simpul 2,

$$\frac{V_2 - 25 \angle 90^\circ}{2.5} + \frac{V_2}{j4} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0$$

$$-\left( \frac{1}{5} \right) V_1 + \left( \frac{1}{2.5} + \frac{1}{j4} + \frac{1}{5} \right) V_2 - \frac{25 \angle 90^\circ}{2.5} = 0$$

$$-0.2V_1 + (0.6 - j0.25)V_2 - j10 = 0 \quad (2)$$

Dengan menggunakan determinan pada persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\frac{V_1}{\begin{vmatrix} -0.2 & -12.5 \\ (0.6 - j0.25) & j10 \end{vmatrix}} = \frac{-V_2}{\begin{vmatrix} (0.7 + j0.25) & -12.5 \\ -0.2 & -j10 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{1}{\begin{vmatrix} (0.7 + j0.25) & -0.2 \\ -0.2 & (0.6 - j0.25) \end{vmatrix}}$$

$$\frac{V_1}{(j2 + 7.5 - j3.125)} = \frac{-V_2}{(-j7 + 2.5 - 2.5)}$$

$$= \frac{1}{(0.42 - j0.175 + j0.15 + 0.00625 - 0.04)}$$

$$\frac{V_1}{7.584 \angle -8.53^\circ} = \frac{-V_2}{-7 \angle 90^\circ} = \frac{1}{0.443 \angle -3.23^\circ}$$

Sehingga tegangan,  $V_2 = \frac{7 \angle 90^\circ}{0.443 \angle -3.23^\circ} = 15.80 \angle 93.23^\circ V$

(b). Arus pada induktansi  $j4 \Omega$  diperoleh:

$$\frac{V_2}{j4} = \frac{15.80 \angle 93.23^\circ}{4 \angle 90^\circ} = 3.95 \angle 3.23^\circ A \text{ flowing away from node 2}$$

(c). Arus pada tahanan  $5 \Omega$  diperoleh:

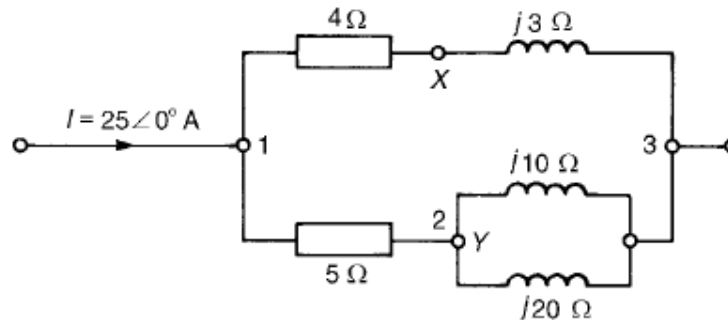
$$\begin{aligned}
 I_5 &= \frac{V_1 - V_2}{5} = \frac{17.12 \angle -5.30 - 15.80 \angle 93.23^\circ}{5} \\
 I_5 &= \frac{(17.05 - j1.58) - (-0.89 + j15.77)}{5} \\
 &= \frac{17.94 - j17.35}{5} = \frac{24.96 \angle -44.04^\circ}{5} \quad \text{flowing from node 1 to node 2} \\
 &= 4.99 \angle -44.04^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

(d). Daya aktif yang terdissipasi pada tahanan  $2,5 \Omega$  diperoleh:

$$\begin{aligned}
 P_{2,5} &= (I_{2,5})^2 (2.5) = \left( \frac{V_2 - 25 \angle 90^\circ}{2.5} \right)^2 (2.5) \\
 &= \frac{(0.89 + j15.77 - j25)^2}{2.5} = \frac{(9.273 \angle -95.51^\circ)^2}{2.5} \\
 &= \frac{85.99 \angle -191.02^\circ}{2.5} \quad \text{by de moivre's theorem} \\
 &= 34.4 \angle 169^\circ \text{ W}
 \end{aligned}$$

Sehingga magnitud daya aktif terdissipasi pada tahanan  $2,5 \Omega$  sebesar  $34,4 \text{ W}$ .

**Contoh 8** Pada rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.12 tentukan tegangan  $V_{XY}$  menggunakan analisis simpul.



Gambar 31.12

Simpul 3 diambil sebagai simpul referensi

Pada simpul 1,

$$25\angle 0^\circ = \frac{V_1}{4 + j3} + \frac{V_1 - V_2}{5}$$

$$\left(\frac{4 - j3}{25} + \frac{1}{5}\right)V_1 - \frac{1}{5}V_2 - 25 = 0$$

$$(0.379\angle -18.43^\circ)V_1 - 0.2V_2 - 25 = 0 \quad (1)$$

Pada simpul 2,

$$\frac{V_2}{j10} + \frac{V_2}{j20} + \frac{V_2 - V_1}{5} = 0$$

$$-0.2V_1 + \left(\frac{1}{j10} + \frac{1}{j20} + \frac{1}{5}\right)V_2 = 0$$

$$-0.2V_1 + (-j0.1 - j0.05 + 0.2)V_2 = 0$$

$$-0.2V_1 + (0.25\angle -36.87^\circ)V_2 + 0 = 0 \quad (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dapat diselesaikan dengan determinan:

$$\begin{vmatrix} V_1 & -V_2 \\ -0.2 & -25 \\ 0.25\angle -36.87^\circ & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -V_2 & -25 \\ 0.379\angle -18.43^\circ & -25 \\ -0.2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{\begin{vmatrix} 0.379\angle -18.43^\circ & -0.2 \\ -0.2 & 0.25\angle -36.87^\circ \end{vmatrix}}$$

$$\frac{V_1}{6.25\angle -36.87^\circ} = \frac{-V_2}{-5} = \frac{1}{0.09475\angle -55.30^\circ - 0.04}$$

$$= \frac{1}{0.079\angle -79.85^\circ}$$

Tegangan simpul 1,  $V_1 = \frac{6.25\angle -36.87^\circ}{0.079\angle -79.85^\circ} = 79.11\angle 42.98^\circ V$

Tegangan simpul 2,  $V_2 = \frac{5}{0.079\angle -79.85^\circ} = 63.29\angle 79.85^\circ V$

Arus yang mengalir pada cabang  $(4 + j3) \Omega$  adalah  $V_1 / (4 + j3)$ . Sehingga tegangan antara titik dan simpul 3 adalah:

$$\frac{V_1}{4 + j3}(j3) = \frac{(79.11\angle 42.98^\circ)(3\angle 90^\circ)}{5\angle 36.87^\circ}$$

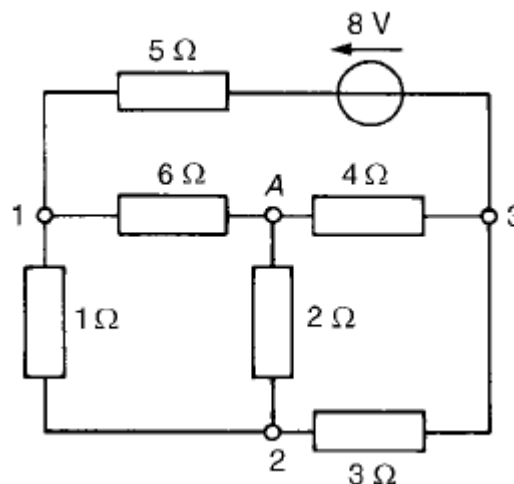
$$= 47.47\angle 96.11^\circ V$$

Dengan demikian

$$V_{xy} = V_x - V_y = V_x - V_2 = 47.47\angle 96.11^\circ - 63.29\angle 79.85^\circ$$

$$= -16.21 - j15.10 = 22.15\angle -137^\circ V$$

**Soal 9** Gunakan analisis simpul untuk menentukan tegangan pada simpul 2 dan simpul 3 pada gambar 31.13 dan kemudian tentukan arus yang mengalir pada tahanan  $2 \Omega$  dan daya terdissipasi pada tahanan  $3 \Omega$ .



Pada gambar 31.13, simpul referensi ditunjukkan pada titik A

Pada simpul 1,

$$\frac{V_1 - V_2}{1} + \frac{V_1}{6} + \frac{V_1 - 8 - V_3}{5} = 0 \quad (1)$$

$$1.367V_1 - V_2 - 0.2V_3 - 1.6 = 0$$

Pada simpul 2,

$$\frac{V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{1} + \frac{V_2 - V_3}{3} = 0$$

$$-V_1 + 1.833V_2 - 0.333V_3 + 0 = 0 \quad (2)$$

Pada simpul 3,

$$\frac{V_3}{4} + \frac{V_3 - V_2}{3} + \frac{V_3 + 8 - V_1}{5} = 0$$

$$-0.2V_1 - 0.333V_2 + 0.783V_3 + 1.6 = 0 \quad (3)$$

Persamaan (1) (2) dan (3) dapat diselesaikan dengan determinan:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} V_1 & & \\ -1 & -0.2 & -1.6 \\ 1.833 & -0.333 & 0 \\ -0.333 & 0.783 & 1.6 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} -V_2 & & \\ 1.367 & -0.2 & -1.6 \\ -1 & -0.333 & 0 \\ -0.2 & 0.783 & 1.6 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} & V_3 & \\ 1.367 & -1 & -1.6 \\ -1 & 1.833 & 0 \\ -0.2 & -0.333 & 1.6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} & & -1 \\ 1.367 & -1 & -0.2 \\ -1 & 1.833 & -0.333 \\ -0.2 & -0.333 & 0.783 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Selesaikan untuk V2,

$$\begin{aligned} &\frac{-V_2}{-1.6(-0.8496) + 1.6(-0.6552)} \\ &= \frac{-1}{1.367(1.3244) + 1(-0.8496) - 0.2(0.6996)} \end{aligned}$$

Karena  $\frac{-V_2}{0.31104} = \frac{-1}{0.82093}$  maka tegangan,  $V_2 = \frac{0.31104}{0.82093}$   
 $= 0.3789V$

Arus pada tahanan  $2 \Omega = \frac{V_2}{2} = \frac{0.3789}{2} = 0.19A$  mengalir dari simpul 2 ke simpul

A.

Selesaikan untuk V3,

$$\frac{V_3}{-1.6(0.6996) + 1.6(1.5057)} = \frac{-1}{0.82093}$$

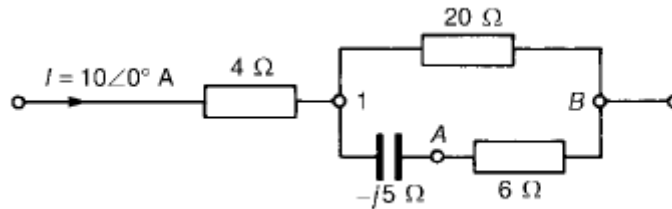
Karena  $\frac{V_3}{1.2898} = \frac{-1}{0.82093}$  maka, tegangan  $V_3 = \frac{-1.2898}{0.82093}$

$$\begin{aligned} &= -1.571V \\ \text{Daya pada tahanan } 3 \Omega &= (I_3)^2(3) = \left(\frac{V_2 - V_3}{3}\right)^2 (3) \\ &= \frac{(0.3789 - (-1.571))^2}{3} = 1.27W \end{aligned}$$

**Latihan Soal Analisa Tegangan Simpul**

1. Tentukan tegangan pada simpul  $V_1$  dan tegangan  $V_{AB}$  untuk rangkaian pada gambar 31.22.

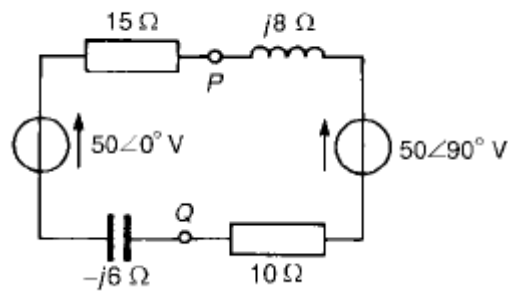
[Jawaban:  $V_1 = 59,0 \angle -28,92^\circ \text{ V}$  ;  $V_{AB} = 45,3 \angle 10,89^\circ \text{ V}$ ]



Gambar 3.22

2. Tentukan tegangan  $V_{PQ}$  untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 31.23

[Jawaban:  $V_{PQ} = 55,87 \angle 50,60^\circ \text{ V}$ ]



Gambar 3.23

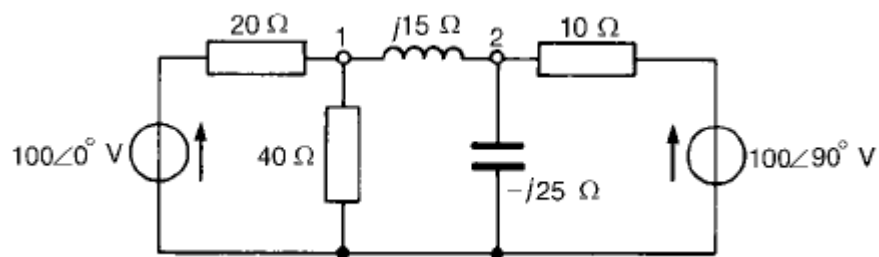
3. Gunakan analisa simpul untuk menentukan arus  $I_A$   $I_B$  dan  $I_C$  yang ditunjukkan pada gambar 31.24

[Jawaban:  $I_A = 1,21 \angle 150,96^\circ \text{ A}$  ;  $I_B = 1,06 \angle -56,32^\circ \text{ A}$  ;  $I_C = 0,55 \angle 32,01^\circ \text{ A}$ ]

4. Untuk rangkaian pada gambar 3.25 tentukan (a) tegangan pada simpul 1 dan 2 (b) arus pada tahanan  $40 \Omega$  (c) arus pada tahanan  $20 \Omega$  dan (d) magnitud daya aktif yang terdissipasi pada tahanan  $10 \Omega$ .

[Jawaban: (a)  $V_1 = 88,12 \angle 33,86^\circ \text{ V}$  ;  $V_2 = 58,72 \angle 72,28^\circ \text{ V}$  (b)  $2,20 \angle 33,86^\circ \text{ A}$

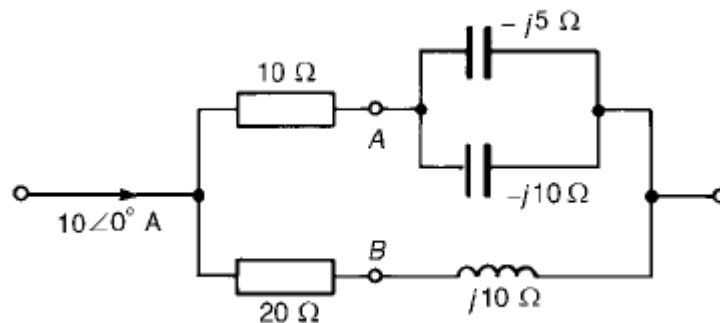
(c).  $2,80 \angle 118,65^\circ \text{ A}$  (d).  $223 \text{ W}$  ]



Gambar 3.25

5. Tentukan tegangan  $V_{AB}$  pada rangkaian 31.26, menggunakan analisa simpul.

[ $V_{AB} = 54,23 \angle -102,52^\circ \text{ V}$ ]



Gambar 3.26

## TEOREMA SUPERPOSISI

**Tujuan Perkuliahan** Menyelesaikan rangkaian dc dan rangkaian ac menggunakan teorema superposisi

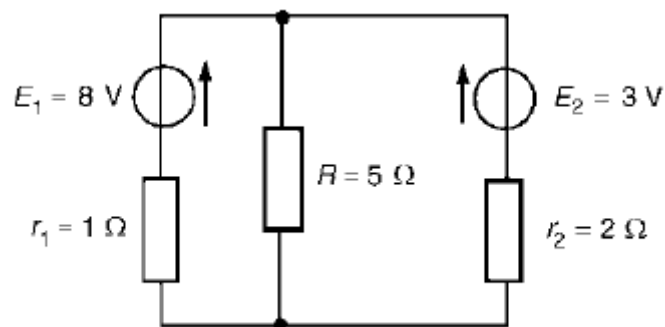
### Pendahuluan

Teorema superposisi berbunyi:

Pada beberapa rangkaian yang terdiri dari beberapa impedansi linier dan lebih dari sebuah sumber emf arus resultan yang mengalir tiap cabang merupakan penjumlahan phasor arus yang mengalir pada cabang tersebut jika masing sumber dianalisa secara sendiri, sumber yang lain diganti dengan impedansi internalnya.

### Penggunaan Teorema Superposisi

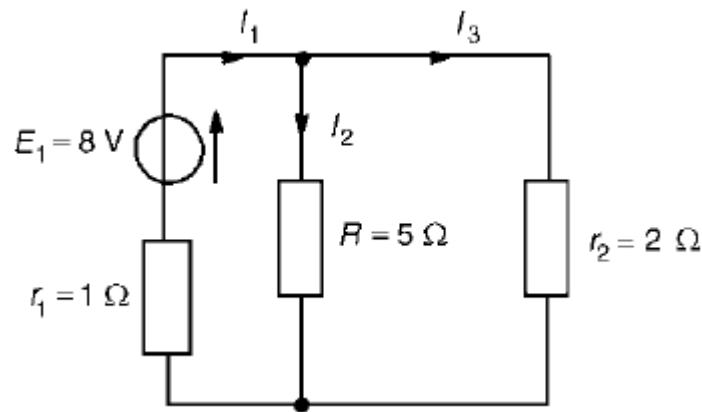
Rangkaian dc yang ditunjukkan pada gambar 32.1 akan digunakan untuk mendemonstrasikan aplikasi dasar teorema superposisi.



Gambar 32.1

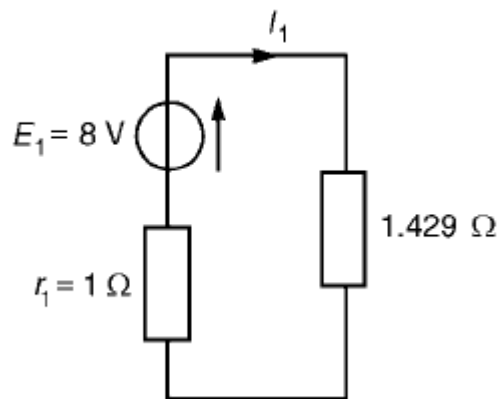
Untuk menentukan arus yang mengalir pada tiap cabang rangkaian, maka digunakan 6 langkah berikut:

- i. Gambar ulang rangkaian asli dengan 1 sumber, misal E2 dihilangkan dan diganti dengan  $r_2$ , seperti ditunjukkan pada gambar 32.2



Gambar 32.2

- ii. Buat label arus pada tiap cabang dan arah arus seperti pada gambar 32.2 dan kemudian tentukan nilainya. Pemilihan arah arus  $I_1$  tergantung pada polaritas sumber (mengalir dari sumber positif).



Gambar 32.3

R paralel dengan  $r_2$  menghasilkan tahanan ekivalen

$$\frac{(5 \times 2)}{(5 + 2)} = \frac{10}{7} = 1.429 \Omega$$

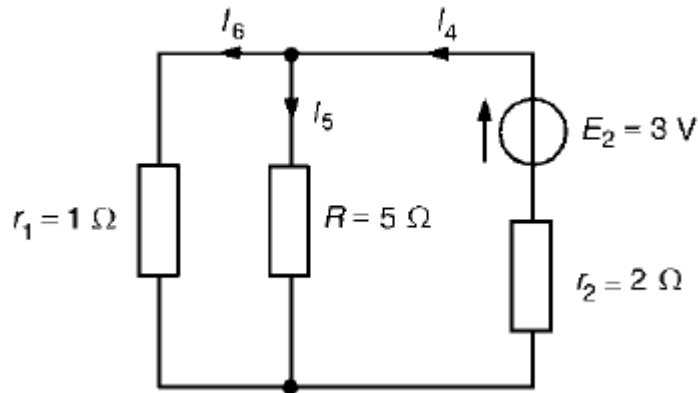
Seperti yang ditunjukkan pada rangkaian ekivalen pada gambar 32.3,

$$\text{Arus, } I_1 = \frac{E_1}{(r_1 + 1.429)} = \frac{8}{2.429} = 3.294 \text{ A}$$

$$\text{Dari gambar 32.2 arus } I_2 = \left( \frac{r_2}{R + r_2} \right) (I_1) = \left( \frac{2}{5 + 2} \right) (3.294) = 0.941 \text{ A}$$

$$\text{Dan arus } I_3 = \left( \frac{5}{5 + 2} \right) (3.294) = 2.353 \text{ A}$$

- iii. Gambar ulang rangkaian asli dengan sumber E1 dihilangkan dan diganti dengan r1, seperti ditunjukkan pada gambar 32.4.



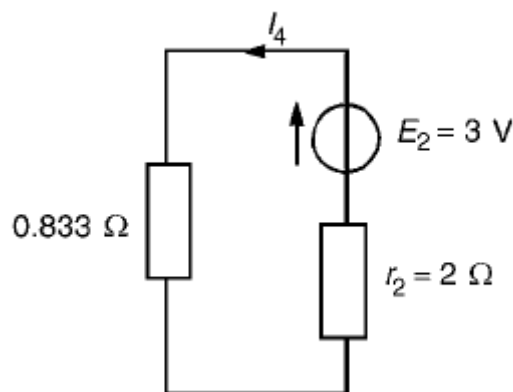
Gambar 32.4

- iv. Buat label arus tiap cabang dan arah arus seperti ditunjukkan pada gambar 32.4 dan tentukan nilainya.

R dan r1 paralel dan menghasilkan tahanan ekivalen sebesar:

$$\frac{(5 \times 1)}{(5 + 1)} = \frac{5}{6} \Omega \text{ or } 0.833 \Omega$$

Seperti yang ditunjukkan pada rangkaian ekivalen gambar 32.5.



Gambar 32.5

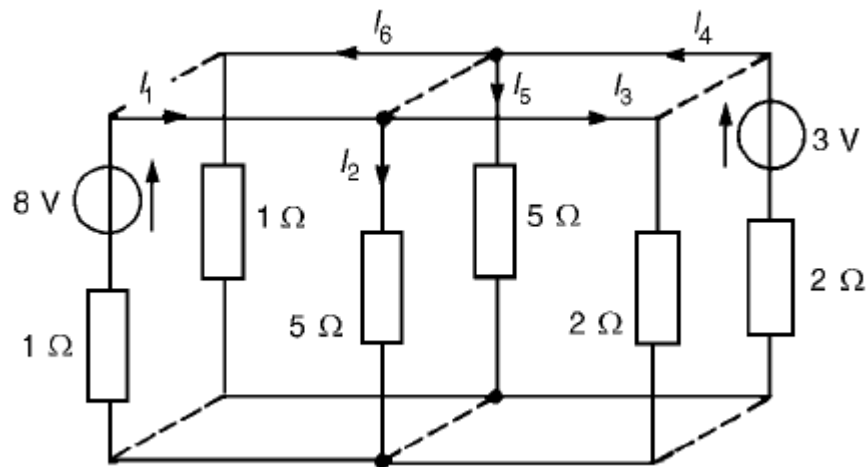
$$\text{Dari gambar 32.5 arus } I_4 = \frac{E_2}{r_2 + 0.833} = \frac{3}{2.833} = 1.059$$

Dari gambar 32.4

$$\text{Arus } I_5 = \left( \frac{1}{1+5} \right) (1.059) = 0.177 A$$

$$\text{Dan arus } I_6 = \left( \frac{5}{1+5} \right) (1.059) = 0.8825 A$$

- v. Superimpose gambar 32.2 pada gambar 32.4 seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.6



Gambar 32.6

- vi. Tentukan penjumlahan aljabar arus yang mengalir di tiap cabang. Dari gambar 32.6, resultan arus yang mengalir melalui sumber 8 V adalah:

$I_1 - I_6 = 3,294 - 0,8825 = 2,4115 \text{ A}$  mengalir menjauhi terminal positif sumber.

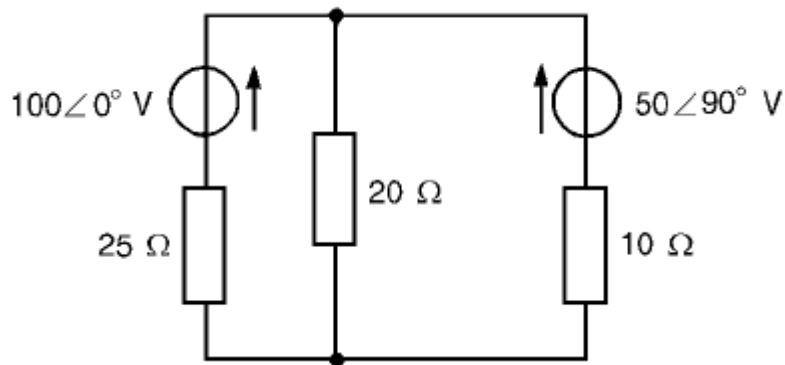
Resultan arus yang mengalir pada sumber 3 V adalah:

$I_3 - I_4 = 2.353 - 1.059 = 1.29\text{A}$  mengalir menuju terminal positif sumber.

Arus resultan mengalir pada tahanan  $5 \Omega$  adalah:

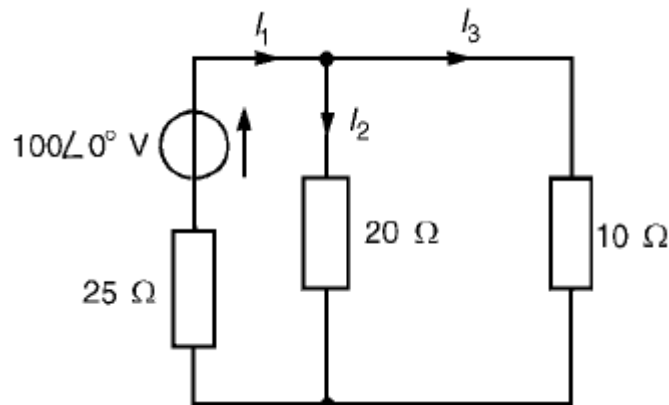
$I_2 + I_5 = 0.941 + 0.177 = 1.12\text{A}$

**Soal 1** Sumber ac  $100\angle 0^\circ V$  dan tahanan dalam sebesar  $25 \Omega$ , dan sumber  $50\angle 90^\circ V$  dan tahanan dalam  $10 \Omega$ , terhubung secara paralel terhadap beban  $20 \Omega$ . Dengan menggunakan teorema superposisi, tentukan arus pada beban  $20 \Omega$  dan arus pada tiap sumber tegangan. Rangkaian ditunjukkan seperti pada gambar 32.7



Gambar 32.7

- i. Rangkaian digambar ulang dengan sumber  $50\angle 90^\circ V$  dihilangkan seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.8



Gambar 32.8

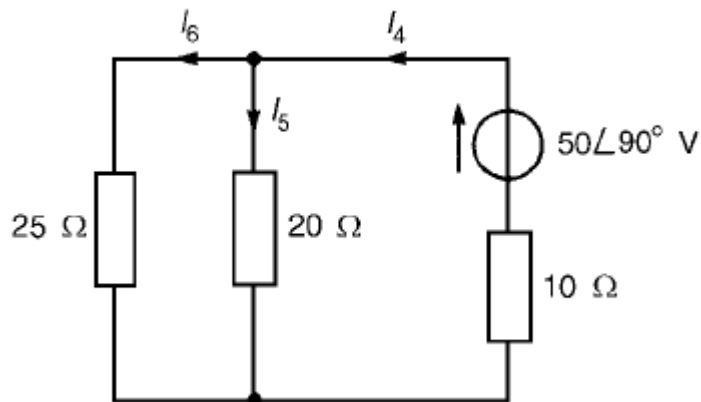
- ii. Arus  $I_1$ ,  $I_2$  dan  $I_3$  diberi label seperti pada gambar 32.8

$$I_1 = \frac{100\angle 0^\circ}{25 + (10 \times 20)} = \frac{100\angle 0^\circ}{25 + 6.667} = 3.158\angle 0^\circ A$$

$$I_2 = \left( \frac{10}{10 + 20} \right) (3.158\angle 0^\circ) = 1.053\angle 0^\circ A$$

$$I_3 = \left( \frac{20}{10 + 20} \right) (3.158\angle 0^\circ) = 2.105\angle 0^\circ A$$

- iii. Rangkaian digambar ulang dengan sumber  $100\angle 0^\circ V$  dihilangkan seperti ditunjukkan pada gambar 32.9



Gambar 32.9

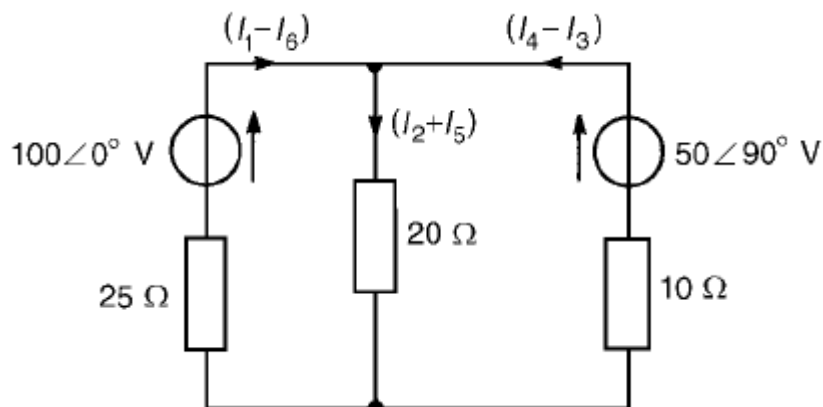
- iv. Arus  $I_4$  dan  $I_5$  diberi label seperti pada gambar 32.9

$$I_4 = \frac{50\angle 90^\circ}{10 + (25 \times 20)} = \frac{50\angle 90^\circ}{10 + 11.111} = 2.368\angle 90^\circ A \text{ or } j2.368 A$$

$$I_5 = \left( \frac{25}{20 + 25} \right) (j2.368) = j1.316 A$$

$$I_6 = \left( \frac{20}{10 + 20} \right) (j2.368) = j1.052 A$$

- v. Gambar 32.10 menunjukkan gambar 32.9 yang disuperimpos dengan gambar 32.8 dan menghasilkan arus seperti yang ditunjukkan.



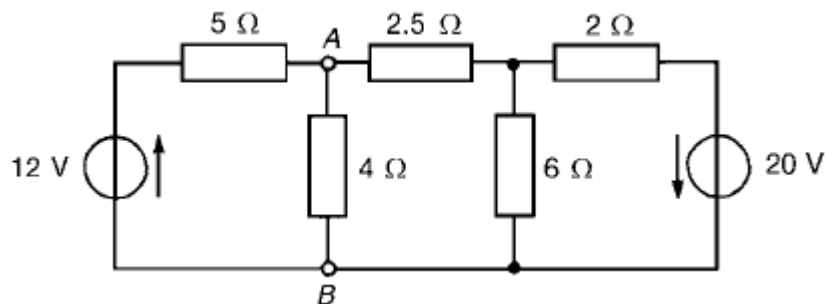
Gambar 32.10

- vi. Arus pada beban  $20 \Omega$ ,  $I_2 + I_5 = (1.053 + j1.316) A$  atau  $1.69\angle 51.33^\circ A$

Arus pada sumber  $100\angle 0^\circ V$ ,  $I_1 - I_6 = (3.158 - j1.052)A$  atau  $3.33\angle -18.42^\circ A$

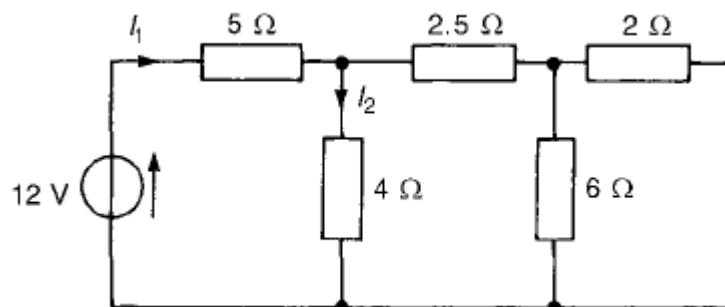
Arus pada sumber  $50\angle 90^\circ V$ ,  $I_4 - I_3 = (j2.368 - 2.105)A$  atau  $3.17\angle 131.64^\circ A$

**Soal 2** Gunakan teorema superposisi untuk menentukan arus pada tahanan  $4 \Omega$  pada rangkaian 32.11.



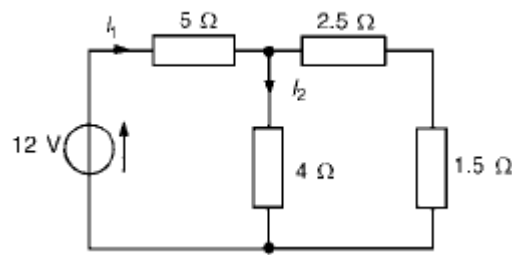
Gambar 32.11

i. Hilangkan sumber 20 V dan menghasilkan rangkaian seperti pada gambar 32.12.



Gambar 32.12.

ii. Arus  $I_1$  dan  $I_2$  ditunjukkan pada gambar 32.12. tahanan  $6 \Omega$  paralel dengan  $2 \Omega$  menghasilkan  $\frac{(6 \times 2)}{(6 + 2)} = 1.5 \Omega$ , seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.13 tahanan  $2,5 \Omega$  seri dengan tahanan  $1,5 \Omega$  menghasilkan  $4 \Omega$ , tahanan  $4 \Omega$  paralel dengan tahanan  $4 \Omega$  menghasilkan  $2 \Omega$ , dan tahanan  $2 \Omega$  seri dengan tahanan  $5 \Omega$  menghasilkan  $7 \Omega$ .

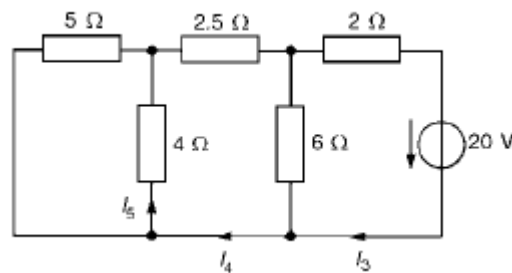


Gambar 3.13

Sehingga arus  $I_1 = \frac{12}{7} = 1.714A$

Dan arus  $I_2 = \left(\frac{4}{4+4}\right)(1.714) = 0.857A$

iii. Hilangkan sumber 12 V dari rangkaian asli menghasilkan rangkaian seperti pada gambar 32.14

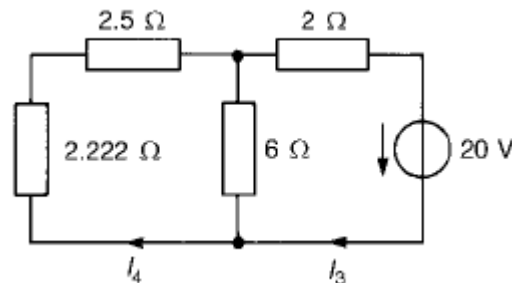


Gambar 3.14

iv. Arus I I4 dan I5 ditunjukkan pada gambar 3.14

dari gambar 32.14, tahanan 5 Ω paralel dengan tahanan 4 Ω menghasilkan

$\frac{(5 \times 4)}{(5 + 4)} = \frac{20}{9} = 2.222\Omega$ , seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.15.



Gambar 32.15

Tahanan  $2,222 \Omega$  seri dengan tahanan  $2,5 \Omega$  menghasilkan  $4,722 \Omega$ , tahanan  $4,722 \Omega$  paralel dengan tahanan  $6 \Omega$  menghasilkan  $\frac{(4.722 \times 6)}{(4.722 + 6)} = 2.642 \Omega$ , tahanan

$2,642 \Omega$  seri dengan tahanan  $2 \Omega$  menghasilkan  $4,642 \Omega$

Sehingga  $I_3 = \frac{20}{4642} 4.308 A$

$$I_4 = \left( \frac{6}{6 + 4.722} \right) (4.308) = 2.411 A$$

from figure 32.15

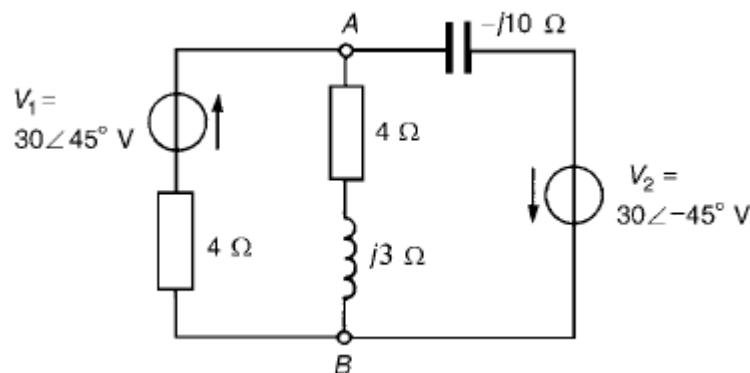
$$I_5 = \left( \frac{5}{4 + 5} \right) (2.411) = 1.339 A$$

From figure 32.14

v. Superimpose gambar 32.14 dengan gambar 32.12 menunjukkan bahwa arus yang mengalir pada tahanan  $4 \Omega$  adalah  $I_5 - I_2$

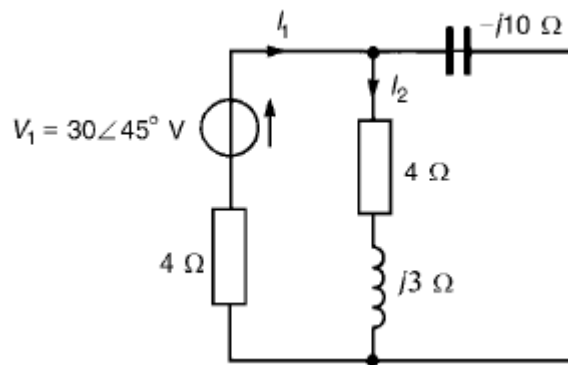
vi.  $I_5 - I_2 = 1.339 - 0.857 = 0.48 A$  mengalir dari B ke A

**Soal 3** Gunakan teorema superposisi untuk mendapatkan arus yang mengalir pada impedansi  $(4+j3) \Omega$  gambar 32.16.



Gambar 32.16

i. Rangkaian digambar ulang dengan  $V_2$  dihilangkan, seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.17



Gambar 32.17

ii. Arus  $I_1$  dan  $I_2$  ditunjukkan pada gambar 32.17. Dari gambar 32.17, impedansi  $(4+j3) \Omega$  paralel dengan kapasitansi  $-j10 \Omega$  menghasilkan impedansi ekuivalen:

$$\begin{aligned} \frac{(4 + j3)(-j10)}{(4 + j3 - j10)} &= \frac{30 - j40}{4 - j7} = \frac{50 \angle -53.13^\circ}{8.062 \angle -60.26^\circ} \\ &= 6.202 \angle 7.13^\circ \text{ or } (6.154 + j0.770) \Omega \end{aligned}$$

Impedansi total gambar 32.17 adalah:

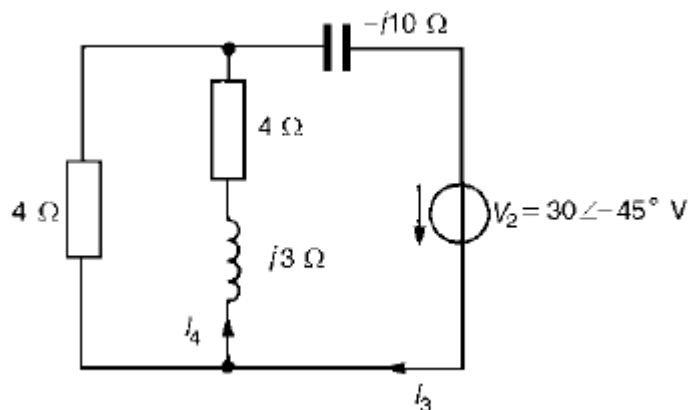
$$6.154 + j0.770 + 4 = (10.154 + j0.770) \Omega \quad 10.183 \angle 4.34^\circ \Omega$$

Sehingga arus  $I_1 = \frac{30 \angle 45^\circ}{10.183 \angle 4.34^\circ} = 2.946 \angle 40.66^\circ \text{ A}$

Dan arus  $I_2 = \left( \frac{-j10}{4 - j7} \right) (2.946 \angle 40.66^\circ)$

$$\begin{aligned} &= \frac{(10 \angle -90^\circ)(2.946 \angle 40.66^\circ)}{8.062 \angle -60.26^\circ} \\ &= 3.654 \angle 10.92^\circ \text{ A or } (3.588 + j0.692) \text{ A} \end{aligned}$$

iii. Rangkaian asli digambar ulang dengan  $V_1$  dihilangkan, seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.18



Gambar 32.18

iv. Arus  $I_3$  dan  $I_4$  ditunjukkan seperti pada gambar 32.18. Dari gambar 32.18 tahanan  $4 \Omega$  paralel dengan impedansi  $(4 + j3) \Omega$  menghasilkan impedansi ekivalen sebesar:

$$\begin{aligned} \frac{4(4 + j3)}{4 + 4 + j3} &= \frac{16 + j12}{8 + j3} = \frac{20 \angle 36.87^\circ}{8.544 \angle 20.56^\circ} \\ &= 2.341 \angle 16.31^\circ \Omega \text{ or } (2.247 + j0.657) \Omega \end{aligned}$$

Impedansi total gambar 32.18 adalah:

$$2.247 + j0.657 - j10 = (2.247 - j9.343) \Omega \text{ or } 9.609 \angle -76.48^\circ \Omega$$

$$\text{Arus } I_3 = \frac{30 \angle -45^\circ}{9.609 \angle -76.48^\circ} = 3.122 \angle 31.48^\circ \text{ A}$$

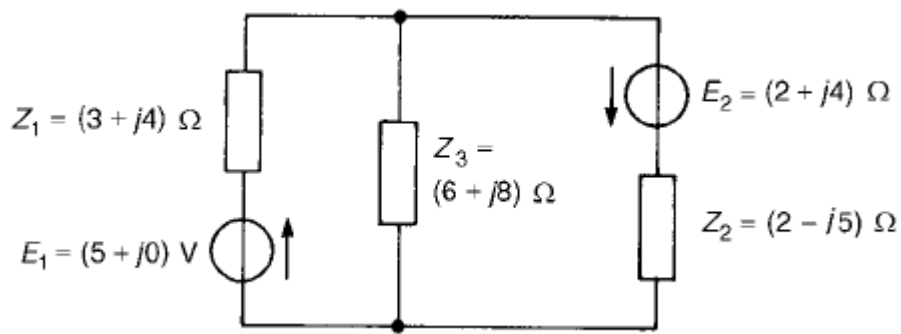
$$\begin{aligned} \text{Dan arus } I_4 &= \left( \frac{4}{8 + j3} \right) (3.122 \angle 31.48^\circ) \\ &= \frac{(4 \angle 0^\circ)(3.122 \angle 31.48^\circ)}{8.554 \angle 20.56^\circ} \\ &= 1.426 \angle 10.92^\circ \text{ A or } (1.436 + j0.277) \text{ A} \end{aligned}$$

v. Jika rangkaian pada gambar 332.18 disuperimpose pada gambar 32.17, dapat dilihat bahwa arus pada impedansi  $(4 + j3) \Omega$  adalah  $I_2 - I_4$

$$\begin{aligned} \text{vi. } I_2 - I_4 &= (3.588 + j0.692) - (1.436 + j0.277) \\ &= (2.152 + j0.415) \text{ A or } 2.192 \angle 10.92^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Flowing from A to B in figure 32.16

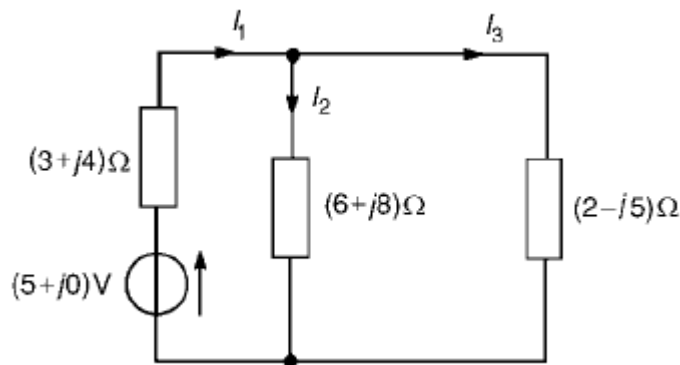
**Soal 4** Untuk rangkaian ac yang ditunjukkan pada gambar 32.19 tentukan dengan menggunakan teorema superposisi (a) arus tiap cabang (b) magnitud tegangan pada impedansi  $(6 + j8) \Omega$  dan (c) daya aktif total yang dikirim ke rangkaian.



Gambar 32.19

(a)

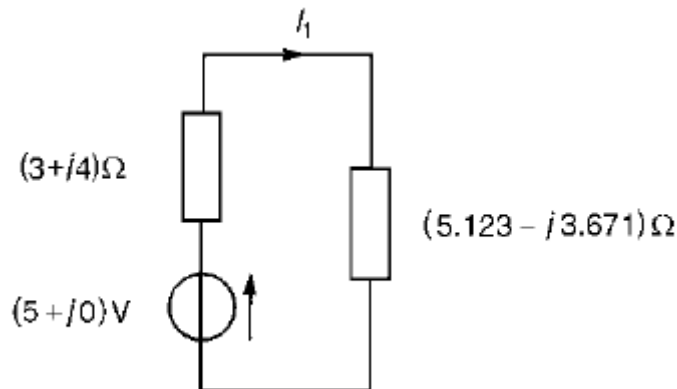
i. Rangkaian asli digambar ulang dengan E2 dihilangkan, seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.20.



Gambar 32.20

ii. Arus I1 I2 dan I3 ditunjukkan pada gambar 32.20. Dari gambar 32.20, impedansi  $(6+j8) \Omega$  paralel dengan  $(2-j5) \Omega$  menghasilkan impedansi ekuivalen sebesar:

$$\frac{(6 + j8)(2 - j5)}{(6 + j8) + (2 - j5)} = (5.123 - j3.671)\Omega$$



Gambar 32.21

Dari rangkaian gambar 32.21

$$\text{Arus } I_1 = \frac{5 + j0}{(3 + j4) + (5.123 - j3.671)}$$

$$= (0.614 - j0.025)A$$

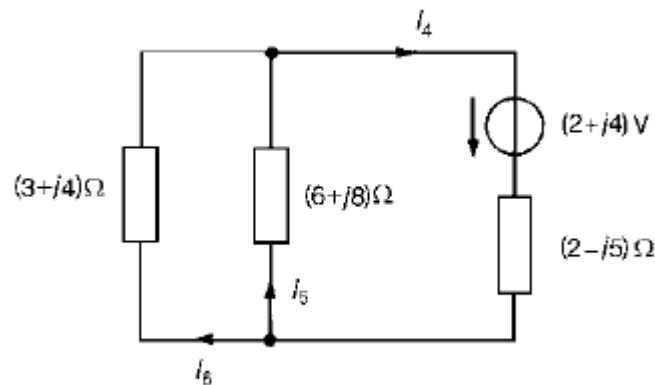
$$\text{Arus } I_2 = \left[ \frac{(2 - j5)}{(6 + j8) + (2 - j5)} \right] (0.614 - j0.025)$$

$$= (-0.00731 - j0.388)A$$

$$\text{Dan arus } I_3 = \left[ \frac{(6 + j8)}{(6 + j8) + (2 - j5)} \right] (0.614 - j0.025)$$

$$= (0.622 + j0.363)A$$

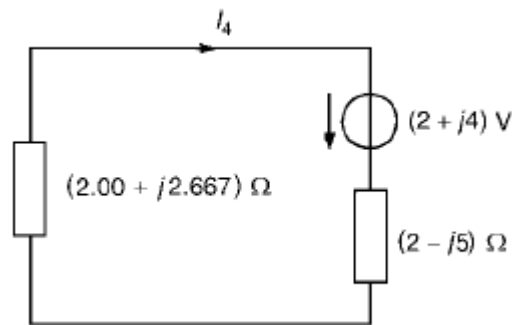
iii. Rangkaian asli digambar ulang dengan E1 dihilangkan, seperti ditunjukkan pada gambar 32.22.



Gambar 32.22

iv. arus  $I_4$ ,  $I_5$  dan  $I_6$  ditunjukkan pada gambar 32.22 dengan  $I_4$  mengalir menjauhi terminal positif sumber  $(2+j4)$  V. Dari gambar 32.22, impedansi  $(3+j4)$  Ω paralel dengan  $(6+j8)$  Ω menghasilkan impedansi ekuivalen sebesar:

$$\frac{(3 + j4)(6 + j8)}{(3 + j4) + (6 + j8)} = (2.00 + j2.667)\Omega$$



Gambar 32.23

Dari rangkaian gambar 32.23,

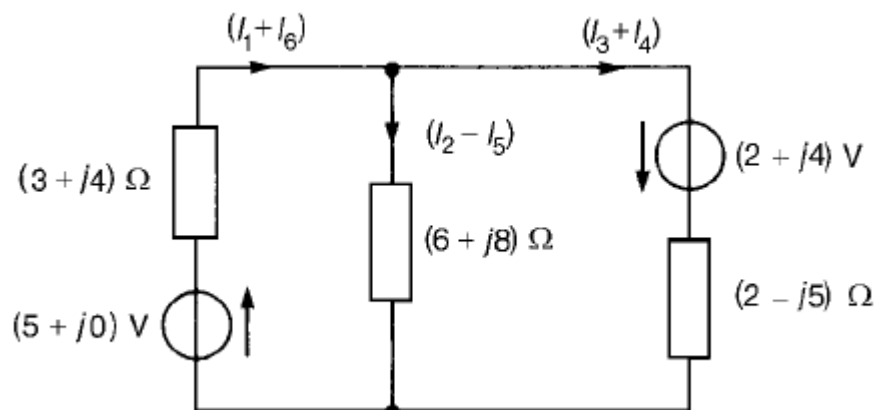
$$\begin{aligned} \text{Arus } I_4 &= \frac{(2 + j4)}{(2.00 + j2.667) + (2 - j5)} \\ &= (-0.062 + j0.964)A \end{aligned}$$

Dari gambar 32.22,

$$\begin{aligned} \text{Arus } I_5 &= \left[ \frac{(3 + j4)}{(3 + j4) + (6 + j8)} \right] (-0.062 + j0.964) \\ &= (-0.0207 + j0.321)A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Arus } I_6 &= \left[ \frac{6 + j8}{(3 + j4) + (6 + j8)} \right] (-0.062 + j0.964) \\ &= (-0.041 + j0.643)A \end{aligned}$$

v. Jika gambar 32.22 disuperimpose dengan gambar 32.20, resultan arus ditunjukkan seperti pada gambar 32.24.



vii. Resultan arus yang mengalir dari sumber  $(5+j0)$  V adalah:

$$\begin{aligned} I_1 + I_6 &= (0.614 - j0.025) + (-0.041 + j0.643) \\ &= (0.573 + j0.618)A \text{ or } 0.843 \angle 47.16^\circ \end{aligned}$$

Resultan arus yang mengalir pada impedansi  $(6+j8) \Omega$  adalah:

$$\begin{aligned} I_2 - I_5 &= (-0.00731 - j0.388) - (-0.0207 + j0.321) \\ &= (0.0134 - j0.709)A \text{ or } 0.709 \angle -88.92^\circ A \end{aligned}$$

(b) Tegangan pada impedansi  $(6+j8) \Omega$  adalah

$$\begin{aligned} (I_2 - I_5)(6 + j8) &= (0.709 \angle -88.92^\circ)(10 \angle 53.13^\circ) \\ &= 7.09 \angle -35.79^\circ V \end{aligned}$$

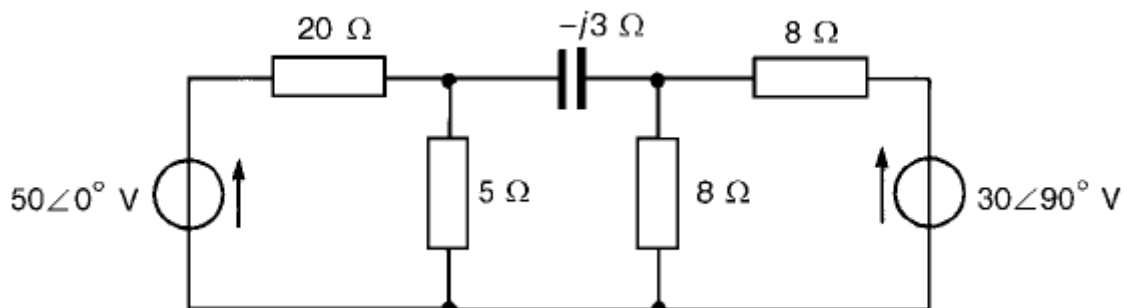
(c) Daya aktif total P yang dikirim ke rangkaian adalah:

$$P = E_1(I_1 + I_6) \cos \phi_1 + E_2(I_3 + I_4) \cos \phi_2$$

$$P = (5)(0.843) \cos(47.16^\circ - 0^\circ) + (v(2^2 + 4^2))(1.440) \cos\left(67.12^\circ - \arctan \frac{4}{2}\right)$$

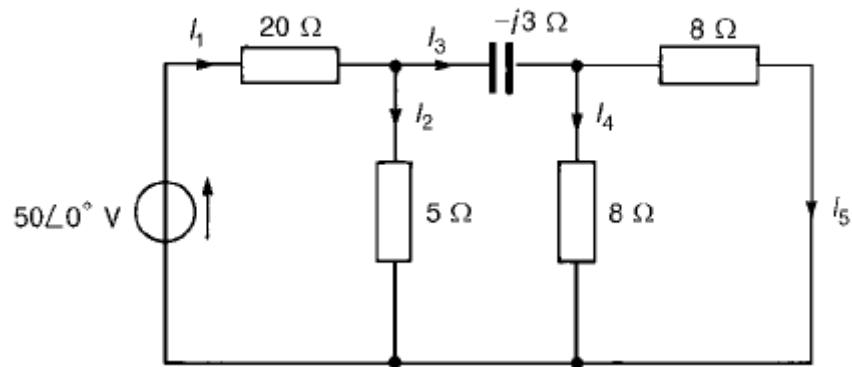
$$\begin{aligned} &= .866 + 6.427 = 9.293W \\ &= 9.3W \end{aligned} \quad \text{correct to one dec.place.}$$

**Soal 5** Gunakan teorema superposisi untuk menentukan (a) magnitud arus yang mengalir pada kapasitor (b) Beda tegangan pada tahanan  $5 \Omega$  (c) daya aktif yang terdissipasi pada tahanan  $20 \Omega$  dan (d) daya aktif total yang ditarik dari suplai untuk rangkaian pada gambar 32.25.



Gambar 32.25

- i. Jaringan digambar ulang dengan sumber  $30 \angle 90^\circ V$  dihilangkan, seperti yang ditunjukkan pada gambar 32.26.
- ii. Arus  $I_1$  sampai  $I_5$  ditunjukkan pada gambar 32.26. Dari gambar 32.26, terdapat 2 buah tahanan  $8 \Omega$  terhubung paralel menghasilkan tahanan ekivalen sebesar  $4 \Omega$ .



Gambar 32.26

Sehingga

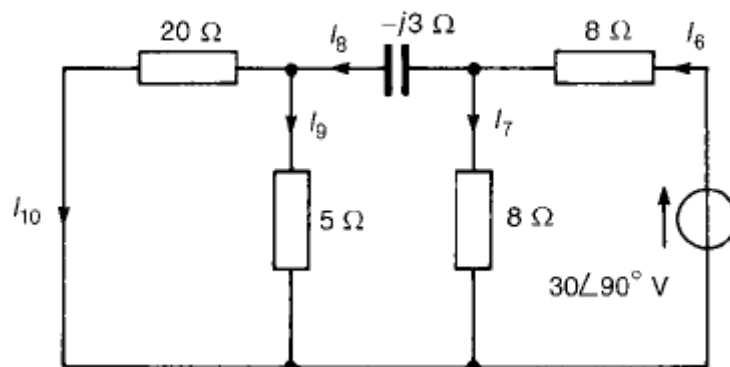
$$I_1 = \frac{50\angle 0^\circ}{20 + (5(4 - j3)/(5 + 4 - j3))} = 2.220\angle 2.12^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{(4 - j3)}{(5 + 4 - j3)} I_1 = 1.170\angle -16.32^\circ \text{ A}$$

$$I_3 = \left( \frac{5}{5 + 4 - j3} \right) I_1 = 1.170\angle 20.55^\circ \text{ A}$$

$$I_4 = \left( \frac{8}{8 + 8} \right) I_3 = 0.585\angle 20.55^\circ \text{ A} = I_5$$

- iii. Rangkaian asli digambar ulang dengan sumber  $50\angle 0^\circ \text{ V}$  dihilangkan, seperti ditunjukkan pada gambar 32.27.



Gambar 32.27

- iv. Arus I<sub>6</sub> sampai I<sub>10</sub> ditunjukkan pada gambar 32.27. Dari gambar 32.27, tahanan 20 Ω paralel dengan 5 Ω menghasilkan tahanan ekivalen sebesar

$$\frac{(20 \times 5)}{(20 + 5)} = 4 \Omega$$

Sehingga

$$I_6 = \frac{30 \angle 90^\circ}{8 + (8(4 - j3)/(8 + 4 - j3))} = 2.715 \angle 96.52^\circ \text{ A}$$

$$I_7 = \frac{(4 - j3)}{(8 + 4 - j3)} I_6 = 1.097 \angle 73.69^\circ \text{ A}$$

$$I_8 = \left( \frac{8}{8 + 4 - j3} \right) I_6 = 1.756 \angle 110.56^\circ \text{ A}$$

$$I_9 = \left( \frac{20}{20 + 5} \right) I_8 = 1.405 \angle 110.56^\circ \text{ A}$$

$$I_{10} = \left( \frac{5}{20 + 5} \right) I_8 = 0.351 \angle 110.56^\circ \text{ A}$$

- (a) Arus yang mengalir pada kapasitor adalah:

$$\begin{aligned} (I_3 - I_8) &= 1.170 \angle 20.55^\circ - 1.756 \angle 110.56^\circ \\ &= (1.712 - j1.233) \text{ A or } 2.11 \angle -35.76^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

- (b) Beda potensial pada tahanan 5 Ω adalah (I<sub>2</sub> + I<sub>9</sub>)(5)

$$\begin{aligned} (I_2 + I_9) &= 1.170 \angle -16.32^\circ + 1.405 \angle 110.56^\circ \\ &= (0.629 + j0.987) \text{ A or } 1.17 \angle 57.49^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$(1.17)(5) = 5.85 \text{ V}$$

- (c) Daya yang terdissipasi pada tahanan 20 Ω adalah:

$$(I_1 - I_{10})^2 (20)$$

$$\begin{aligned} (I_1 - I_{10}) &= 2.220 \angle 2.12^\circ - 0.351 \angle 110.56^\circ \\ &= (2.342 - j0.247) \text{ A or } 2.355 \angle -6.02^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$(2.355)^2 (20) = 111 \text{ W}$$

- (d) Daya aktif yang dikirimkan oleh sumber 50 ∠ 0° V adalah:

$$\begin{aligned} P_1 &= V(I_1 - I_{10}) \cos \phi_1 = (50)(2.355) \cos(6.02^\circ - 0^\circ) \\ &= 117.1 \text{ W} \end{aligned}$$

Daya aktif yang dikirimkan oleh sumber 30 ∠ 90° V adalah:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= 30(I_6 - I_5) \cos \phi_2 \\
 (I_6 - I_5) &= 2.715 \angle 96.52^\circ - 0.585 \angle 20.55^\circ \\
 &= (-0.856 + j2.492) \text{ A} \text{ or } 2.635 \angle 108.96^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$P_2 = (30)(2.635) \cos(108.96^\circ - 90^\circ) = 74.8 \text{ W}$$

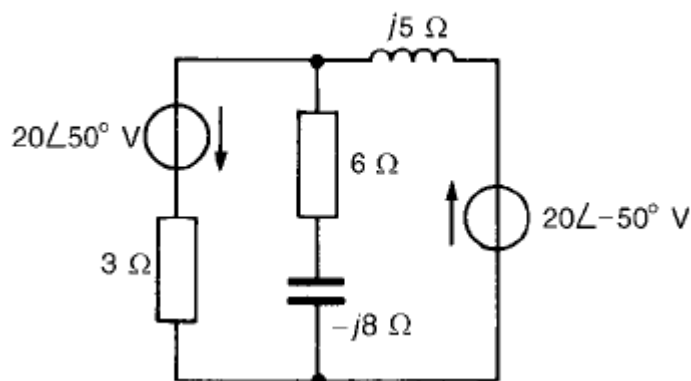
### Latihan Soal Teorema Superposisi

1. Dua baterai masing-masing 15 V terhubung secara paralel untuk mensuplai beban sebesar 2  $\Omega$ . Tahanan dalam baterai sebesar 0,5  $\Omega$  dan 0,3  $\Omega$ . Dengan menggunakan teorema superposisi, tentukan arus pada beban dan arus yang disuplai masing-masing baterai.

[Jawaban: 6,86 A , 2,57 A , 4,29 A]

2. Gunakan teorema superposisi untuk menentukan magnitud arus yang mengalir pada cabang kapasitip rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 32.28.

[Jawab: 2,584 A]



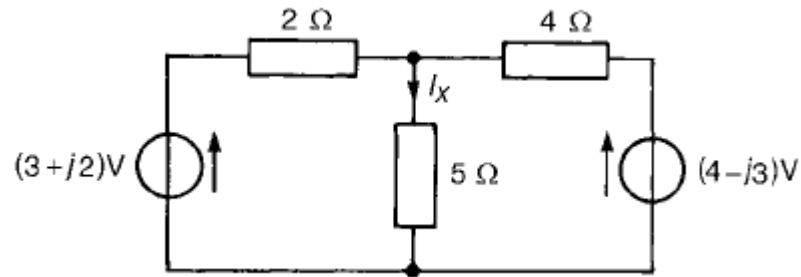
Gambar 32.28

3. Sumber ac  $20 \angle 90^\circ$  V dan tahanan dalam 10  $\Omega$  dan sumber ac  $30 \angle 0^\circ$  V dan tahanan dalam 12  $\Omega$  terhubung secara paralel pada beban 8  $\Omega$ . Gunakan teorema superposisi untuk menentukan (a) arus pada beban 8  $\Omega$  (b) arus dari masing-masing sumber

[Jawaban: (a) 1,30 A ; (b)  $1,58 \angle 120,98^\circ$  A ;  $1,90 \angle -16,49^\circ$  A]

4. Gunakan teorema superposisi untuk menentukan arus  $I_X$  yang mengalir pada tahanan  $5\Omega$  pada rangkaian gambar 32.29.

[Jawab:  $0,529\angle 5,71^\circ$  A]



Gambar 32.29

5. Untuk rangkaian yang ditunjukkan pada gambar 32.30, menggunakan teorema superposisi tentukan (a) Arus yang mengalir pada kapasitor (b) arus yang mengalir pada tahanan  $2\Omega$  (c) beda potensial pada tahanan  $5\Omega$  dan (d) daya aktif total rangkaian.

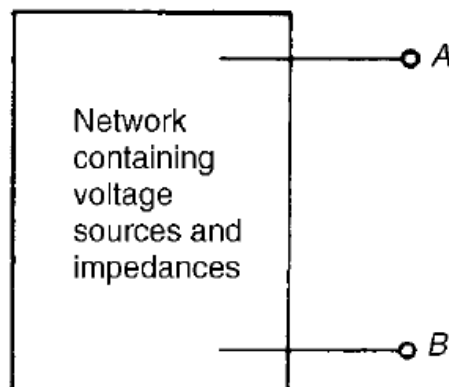
## TEOREMA THEVENIN

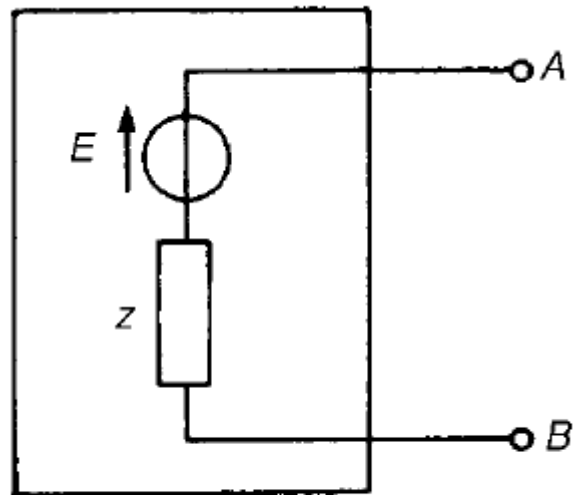
**Tujuan Perkuliahan:** Dapat memahami dan menggunakan teorema Thevenin untuk menganalisa rangkaian ac dan dc.

Teorema Thevenin berbunyi:

Arus yang mengalir pada tiap-tiap cabang pada rangkaian adalah sama jika cabang terhubung pada sebuah sumber energi listrik, yang emf nya sama dengan beda potensial yang muncul pada cabang jika rangkaian terbuka, dan impedansi dalam nya sama dengan impedansi yang muncul pada terminal cabang rangkaian terbuka apabila semua sumber diganti dengan impedansi internalnya (atau nol).

Teorema di atas secara sederhana bahwa rangkaian yang kompak dengan terminal keluaran AB, seperti ditunjukkan pada gambar 33.1(a), dapat diganti dengan sebuah sumber tegangan  $E$  secara seri dengan impedansi  $z$ , seperti ditunjukkan pada gambar 33.1(b).  $E$  merupakan tegangan rangkaian terbuka yang diukur pada terminal AB dan  $z$  adalah impedansi ekivalen jaringan pada terminal AB saat semua sumber internal emf dijadikan nol. Polaritas tegangan  $E$  dipilih sedemikian sehingga arus mengalir melalui impedansi yang terhubung antara terminal A dan B akan memiliki arah yang sama dengan rangkaian asli. Gambar 33.1(b) dikenal dengan rangkaian ekivalen Thevenin.



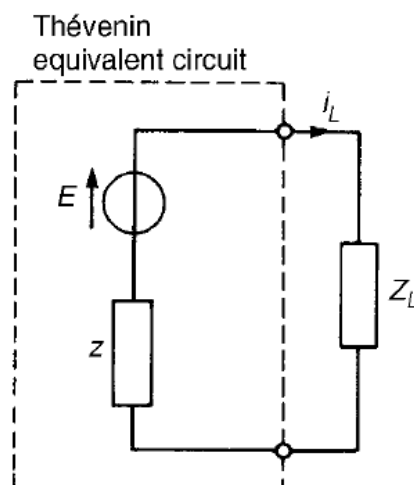


(b)

### 33.1. Rangkaian Ekivalen Thevenin

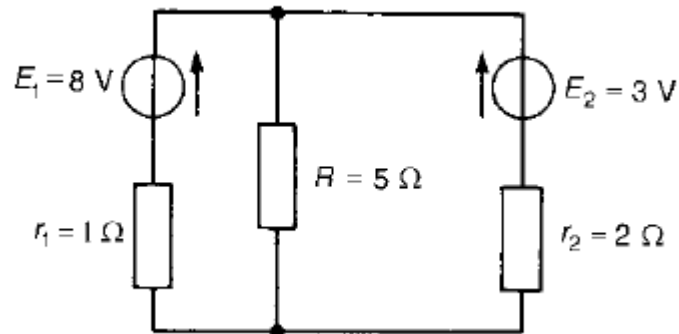
4 Langkah prosedur berikut dapat digunakan dalam menentukan arus yang mengalir pada rangkaian dengan menggunakan teorema Thevenin.

1. Hilangkan impedansi  $Z_L$  pada cabang
2. Tentukan tegangan rangkaian terbuka  $E$ .
3. Hilangkan tiap sumber emf dan diganti dengan impedansi dalam (atau hubung singkat untuk impedansi dalam nol), lalu tentukan impedansi  $Z$ .
4. Tentukan arus dari rangkaian ekivalen Thevenin seperti ditunjukkan pada gambar 33.2



Gambar 33.2

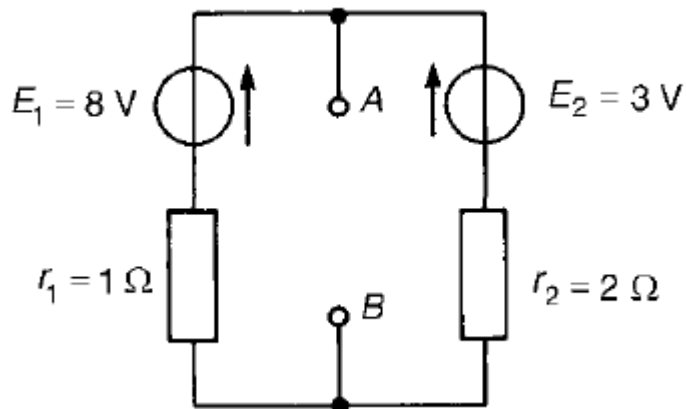
**Soal 1** Rangkaian pada gambar 33.3 digunakan untuk mendemonstrasikan prosedur di atas dalam menentukan arus yang mengalir pada tahanan  $5 \Omega$ .



Gambar 33.3

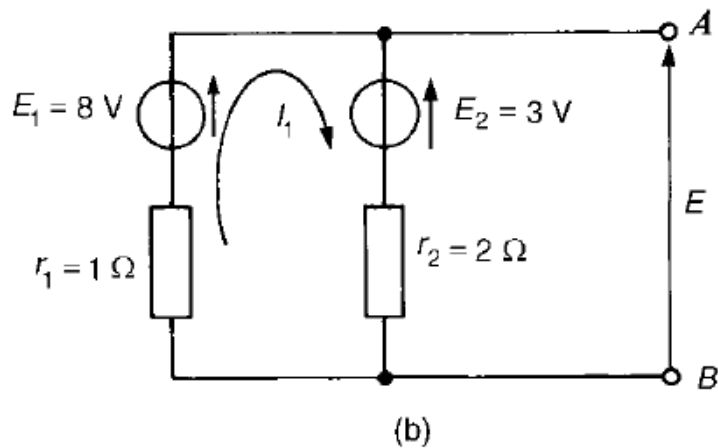
Dengan menggunakan prosedur di atas:

1. Tahanan  $5 \Omega$  dihilangkan, seperti ditunjukkan pada gambar 33.4(a).



Gambar 33.4 (a)

2. Gambar 33.4 (a) digambar ulang seperti ditunjukkan pada gambar 33.4 (b)



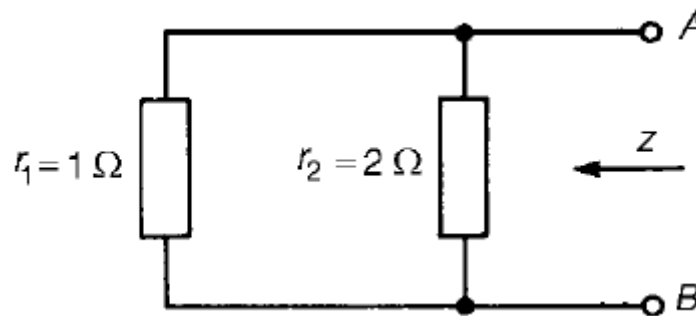
Gambar 33.4 (b)

$$\text{Arus } I_1 = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{8 - 3}{1 + 2} = \frac{5}{3} \text{ or } 1\frac{2}{3}$$

Tegangan rangkaian terbuka E adalah:

$$E = E_1 - I_1 r_1 \text{ i.e., } E = 8 - \left(1\frac{2}{3}\right)(1) = 6\frac{1}{3} \text{ V}$$

3. Hilangkan tiap sumber emf dihasilkan rangkaian seperti pada gambar 33.5

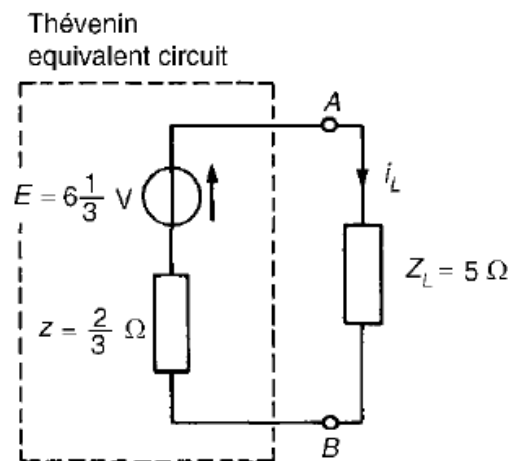


Gambar 33.5

Impedansi z dilihat dari terminal AB adalah:

$$Z = (1 \times 2) / (1 + 2) = \frac{2}{3} \Omega$$

4. Rangkaian ekivalen Thevenin ditunjukkan pada gambar 33.6.

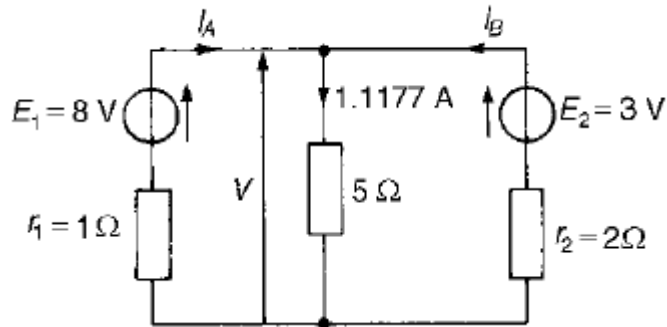


Gambar 33.6

Arus  $i_L$  adalah:

$$i_L = \frac{E}{Z_L + z} = \frac{6\frac{1}{3}}{5 + \frac{2}{3}} = 1.1177$$

Untuk menghitung arus pada dua cabang lainnya pada gambar 33.3, gunakan teori dasar rangkaian listrik. Dari gambar 33.7, tegangan  $V = (1.1177)(5) = 5.5885V$



Gambar 33.7

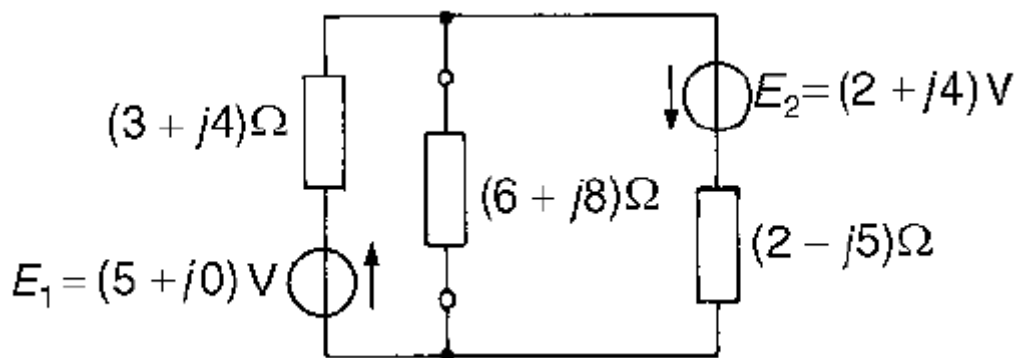
Maka  $V = E_1 - I_A r_1, i.e., 5.5885 = 8 - I_A(1)$

Arus  $I_A = 8 - 5.5885 = 2.41A$

Dengan cara yang sama  $V = E_2 - I_B r_2, i.e., 5.5885 = 3 - I_B(2)$

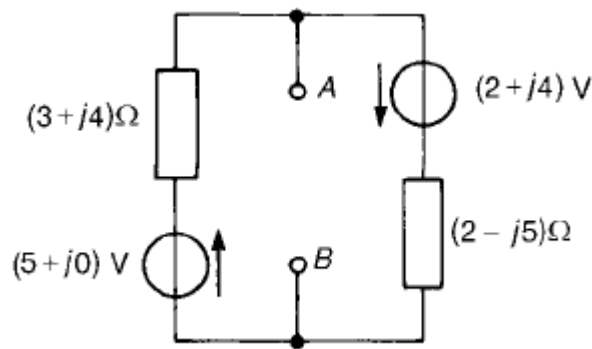
Arus  $I_B = \frac{3 - 5.5885}{2} = -1.29A$

**Soal 2** Gunakan teorema Thevenin untuk menentukan arus yang mengalir pada impedansi  $(6+j8) \Omega$  pada rangkaian 33.8.



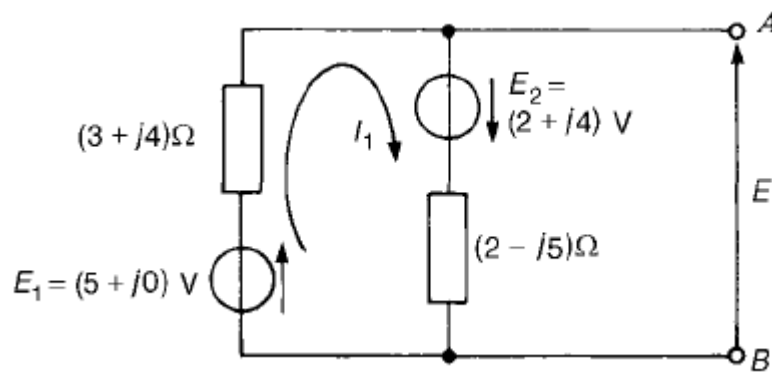
Gambar 33.8

- i. Impedansi  $(6+j8) \Omega$  dihilangkan, seperti ditunjukkan pada gambar 33.9 (a)



Gambar 33.9 (a)

- ii. Hitung tegangan rangkaian terbuka pada terminal AB. Untuk mempermudah gambar ulang rangkaian 33.9 (a) seperti pada gambar 33.9 (b)



Gambar 33.9 (b)

$$I_1 = \frac{(5 + j0) + (2 + j4)}{(3 + j4) + (2 - j5)} = \frac{(7 + j4)}{(5 - j)}$$

Dengan besarnya  $= 1.581 \angle 41.05$

Tegangan rangkaian terbuka untuk terminal AB adalah:

$$E = E_1 - I_1(3 + j4), \text{ i.e.,}$$

$$E = (5 + j0) - (1.581 \angle 41.05^\circ)(5 \angle 53.13^\circ)$$

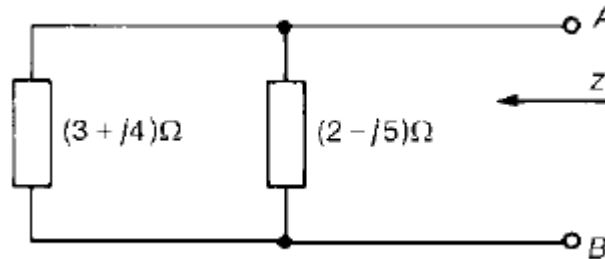
Didapatkan:

$$E = 9.567 \angle -54.73^\circ \text{ V}$$

- iii. Dari gambar 33. 10 impedansi z dilihat dari terminal AB adalah

$$z = \frac{(3 + j4)(2 - j5)}{(3 + j4) + (2 - j5)}$$

$$= 5.281 \angle -3.76^\circ \Omega \text{ or } (5.270 - j0.346) \Omega$$



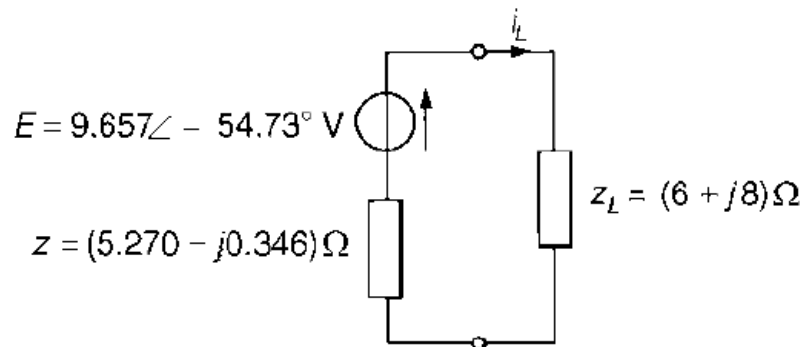
Gambar 33.10

- iv. Rangkaian Thevenin ditunjukkan pada gambar 33.11, besarnya arus  $i_L$  adalah

$$i_L = \frac{E}{Z_L + z} = \frac{9.657 \angle -54.73^\circ}{(6 + j8) + (5.270 - j0.346)}$$

Maka arus pada impedansi  $(6 + j8) \Omega$  adalah:

$$i_L = \frac{9.657 \angle -54.73^\circ}{13.623 \angle 34.18^\circ} = 0.71 \angle -88.91^\circ \text{ A}$$



Gambar 33.11

